

# Année “Géométrie” 2023-2024

## bilan et prospective

mars 2025 (v1)

### Introduction

Le Groupement de Recherche (GdR) *Informatique Fondamentale et ses Mathématiques* (IFM) s’est doté d’un nouvel instrument pour favoriser les échanges scientifiques et développer des interactions transversales à ses Groupes de Travail (GT), voire avec d’autres GdR : les *années thématiques*. Deux thèmes ont été proposés par le comité exécutif pour lancer ce nouvel outil en 2023/2024: “*Probabilités*” et “*Géométrie*”. Ce document, rédigé par le comité de pilotage de l’année Géométrie à la demande du GdR IFM, a plusieurs objectifs :

- donner les contours de la structuration actuelle des GT géométries et de leurs interactions,
- dresser le bilan de l’année Géométrie et des actions menées dans ce cadre,
- proposer un bilan des avancées récentes des disciplines,
- présenter les principales perspectives de recherche,
- identifier les forces et faiblesses de la communauté, son positionnement par rapport à l’international, et les actions potentielles pour soutenir la discipline.

Comité de pilotage de l’année Géométrie

- *Pilotes* : Jacques-Olivier Lachaud, Mathieu Desbrun
- *GT Géo Algo* : Théo Lacombe, Clément Maria, Xavier Goaoc
- *GT GDMM* : Jean Cousty, Isabelle Sivignon, Aldo Gonzalez-Lorenzo
- *GT MG* : Géraldine Morin, Romain Raffin, Julie Digne

### Structuration des GTs géométries et interactions

Le traitement de la géométrie en informatique concerne l’étude des formes discrètes et combinatoires, que celles-ci proviennent d’objets abstraits comme les graphes ou les complexes simpliciaux, ou de données réelles telles que des nuages de points échantillonnés à la surface d’un crâne ou d’une carrosserie, ou une surface dans une image 3D. Il s’agit de comprendre, analyser, traiter, ou produire des formes géométriques. Ces buts demandent de développer des outils fondamentaux à l’interface entre les mathématiques et l’informatique, tant sur les aspects mathématiques et géométriques que sur les aspects algorithmiques. Sur le plan applicatif, l’imagerie numérique est une cible majeure que l’on retrouve dans les applications industrielles pour le loisir (jeux vidéos, animation, cinéma,

audiovisuel, photographie, etc), la médecine (aide au diagnostic, suivi, chirurgie assistée), ou encore le design (conception assistée par ordinateur), voire l'apprentissage en milieu artificiel (via les simulateurs). Parallèlement, des données discrètes sont produites massivement tous les jours, très souvent liées à des informations géométriques, et il est nécessaire d'avoir des outils pour les traiter, les analyser, les indexer, voire en fabriquer de nouvelles.

Les thématiques liées aux géométries et à l'informatique au sein d'IFM sont regroupées dans 3 GT, intitulés Géométrie Algorithmique (Géo Algo), Géométrie Discrète et Morphologie Mathématique (GDMM) et Modélisation Géométrique (MG). De plus, les GT GDMM et MG font aussi partie du GdR IG-RV (informatique géométrique et graphique, réalité virtuelle et visualisation). Initiée par le GdR IFM, l'année Géométrie a de fait été soutenue aussi par le GdR IG-RV. Les paragraphes suivants décrivent les contours thématiques de ces GT, puis leurs interactions.

**GT Géo Algo.** La géométrie algorithmique est motivée par des problèmes de nature géométrique dont la réponse peut être apportée par un algorithme. Plus généralement, la géométrie algorithmique s'intéresse à la compréhension et à la quantification de la géométrie ou topologie des formes discrètes ou combinatoires, issues d'applications (par exemple la biologie et l'analyse de données) ou abstraites (courbes, graphes, surfaces, noeuds, etc). La nature discrète de ces formes rend leurs caractéristiques potentiellement calculables et justifie une approche algorithmique (constructive) pour les évaluer, voire pour caractériser leur complexité intrinsèque. Ces formes discrètes peuvent elles-mêmes représenter une approximation de formes hypothétiques continues, de sorte que le champ de la géométrie algorithmique déborde sur les mathématiques appliquées. La théorie de l'homologie persistante est ainsi née de l'analyse topologique des données, afin d'extrapoler une topologie à partir de données discrètes supposées échantillonner un espace continu. En grandes dimensions, des difficultés algorithmiques et pratiques apparaissent et des approches spécifiques sont nécessaires, et de nombreuses questions constituent des domaines actifs de recherche (calcul de plus proches voisins, maillage, nets). À l'autre bout du spectre, les questions propres à la topologie de basse dimension font surgir des questions algorithmiques, aussi bien pour explorer de manière efficace des objets de combinatoire complexe, comme les courbes algébriques, les triangulations de variétés de petites dimensions, ou les graphes plongés sur des surfaces, en exploitant leurs propriétés topologiques, géométriques, algébriques et combinatoires. Enfin, la géométrie algorithmique comprend l'étude des structures combinatoires issues de la géométrie (polytopes, motif d'intersection, enveloppes convexes). Par ailleurs, une attention particulière est portée aux approches probabilistes pour la conception et l'analyse des algorithmes ou pour la modélisation des données.

**GT GDMM.** La *géométrie digitale*, ou discrète, part du principe que le codage des données géométriques conduit à considérer des objets de nature discrète. Elle a donc pour principal objet d'étude les sous-ensembles discrets définis sur des réseaux (sous-ensembles additifs discrets de l'espace euclidien) et tout particulièrement la grille régulière des points entiers, ubiquitaire en imagerie. Les recherches portent sur la représentation, les transformations (affines ou autres), l'analyse ou la synthèse d'objets discrets, mais aussi leur traitement, voire leur support pour du calcul différentiel. On s'intéresse aussi à l'étude de problèmes inverses, en particulier en tomographie discrète où un objet digital est reconstruit à partir de

ses projections. Un autre axe de recherche porte sur la *morphologie mathématique* qui désigne une théorie initialement motivée par des applications industrielles et qui repose principalement sur la notion de treillis, permettant par exemple de définir dans un cadre algébrique les opérations duales d'érosion/dilatation et d'ouverture/fermeture. Si la géométrie discrète étudie la discrétisation du domaine de calcul, la morphologie mathématique, elle, est complémentaire et étudie les discrétisations de l'image des fonctions, aboutissant à une approche non linéaire du filtrage. Le domaine d'application naturel est le traitement et l'analyse d'images.

**GT MG.** La modélisation géométrique, et plus généralement le traitement des données géométriques (*geometry processing*), s'intéresse à des méthodes numériques et algorithmiques de modélisation, représentation, analyse et acquisition de formes géométriques 3D. Une partie des activités portent sur le développement de modèles géométriques intégrant des contraintes géométriques, topologiques, ou physiques, et permettant d'ajouter de la sémantique dans les modèles. Des outils de modélisation et reconstruction sont proposés pour rendre la création de modèles 3D intuitive et pouvoir y intégrer des connaissances provenant du domaine d'application. Une autre thématique du GT porte sur l'abstraction d'opérations de construction qui généralise les interactions avec les modèles et repose aussi sur la gestion de la topologie et les liens entre éléments des objets, quels que soient leurs modèles géométriques intrinsèques. Les dimensions des espaces utilisés ne se limitent alors pas à 2 ou 3, même si les applications les plus immédiates se retrouvent dans des espaces de dimensions plus conventionnelles. Dans le même esprit, la généralisation ne se contraint pas à des géométries euclidiennes. La communauté développe également des outils pour réparer des maillages, les assembler ou les idéaliser. Un contexte d'application important pour ces travaux concerne la visualisation ou la simulation, en 2 ou 3 dimensions, dans des environnements immersifs. Cela nécessite d'autres interactions avec les modèles ainsi que les applications industrielles et la métrologie.

**Interactions.** Les 3 GT Géométrie ont de réelles interactions, que ce soient par les travaux de recherche ou projets scientifiques communs, et même par des Journées "Informatique & Géométrie" ([JIG](#)) organisées assez régulièrement (10 fois depuis 2004, soit environ tous les deux ans). La Figure 1 matérialise ces interactions, démontrant que de nombreuses personnes font partie de 2, voire des 3 GT. On note aussi que les GT Géométrie ont des interactions avec d'autres GT d'IFM, principalement Graphes, ALÉA, CoA et CombAlgo. Sans surprise, les GT MG et GDMM, rattachés aussi au GdR IG-RV, ont des interactions avec d'autres GT d'IG-RV (Rendu et Visualisation principalement). On voit enfin que les 3 GT Géométrie forment un pôle assez net dans le paysage IFM. Il est plus difficile d'évaluer quantitativement les interactions entre les GT Géométrie et d'autres GdR ou Réseaux Thématiques (RT), mais elles sont assez fréquentes pour les GT GDMM et MG avec les GdR IASIS (Information, Apprentissage, Signal, Image et ViSion) et MAGIS (Méthodes et Applications pour la Géomatique et l'Information Spatiale). On peut mentionner aussi des interactions avec le RT MAIAGES (Mathématiques de l'Imagerie, Apprentissage et Géométrie Stochastique).

**Mots-clés et thèmes de recherche**

**GT Géo Algo** : Géométrie discrète et combinatoire, géométrie différentielle, géométrie et topologie aléatoire, topologie algorithmique, topologie en basse dimension, optimisation topologique, analyse topologique des données.

**GT GDMM** : géométrie discrète et combinatoire, topologie discrète et computationnelle, théorie de Morse, pavages, tomographie discrète, inférence géométrique, morphologie mathématique, traitement d'image, opérateurs morphologiques dans les réseaux de neurones, représentations hiérarchiques

**GT MG** : génération et caractérisation de modèles, traitement de données géométriques, maillages, nuages de points, surfaces de subdivision, splines, géométrie discrète et combinatoire, géométrie différentielle, topologie calculatoire, modélisation de structures topologiques, prototype virtuel.

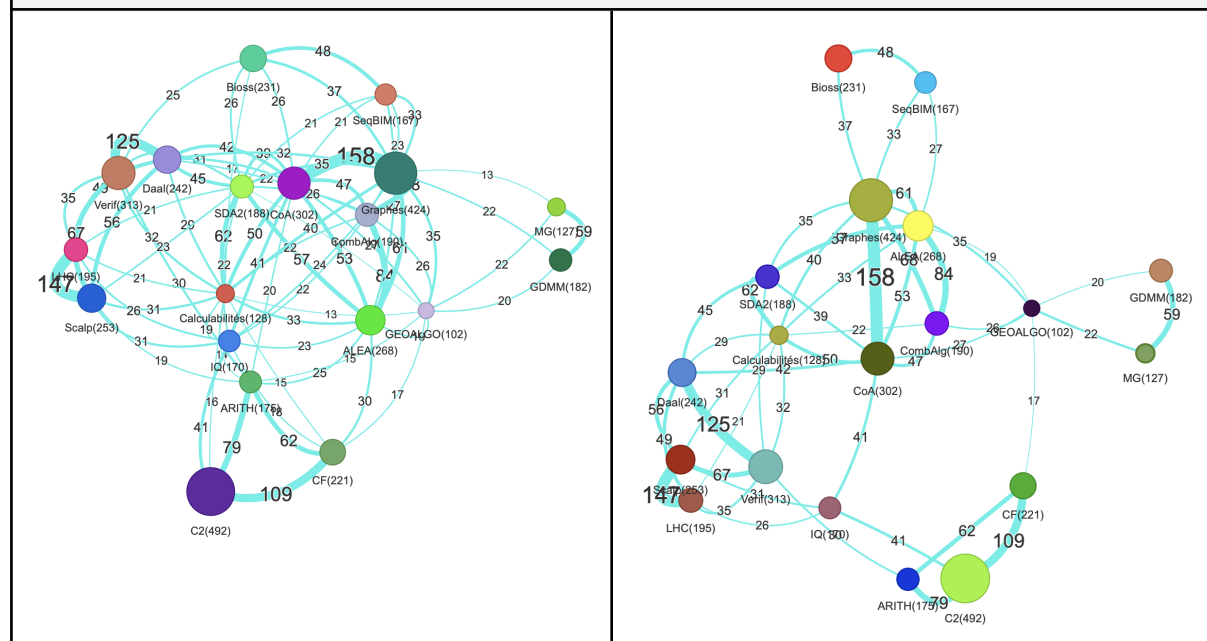
### Applications visées

GT Géo Algo : Analyse de données en grande dimension ([GUDHI](#)), analyse topologiques de formes en cosmologie et biologie ([TopModel](#)), visualisation des données, ...

GT GDMM : Matériaux ([StableProxies](#)), Environnement ([DigitalSnow](#)), Médical ([HINT](#), [PreSPIN](#), [R-Vessel-X](#), [Persevere](#)), Astronomie ([EDUCADO](#)), ...

GT MG : CAO, CAD ([Adam2](#)), simulation / modèles pour les calculs FEM ([Fraclettes](#), [Moditere](#)) ou les environnements immersifs, métrologie dans la production industrielle, modèles issus de reconstruction (médical, archéologiques, environnementaux, géologiques, architecturaux...), jumeau numérique ([Coherence4D](#)).

Figure 1 : A gauche, le graphe représentant les membres de chaque GT, avec des liens entre des GT qui partagent au moins 10% des membres. Le même graphe à droite, mais en restreignant les liens entre les GT à ceux qui partagent au moins 15% des membres (données extraites de [mygdr.hosted.lip6.fr](#)).



# Bilan des actions de l'année "Géométrie"

L'année Géométrie a été l'occasion d'organiser de nombreux événements fédérateurs pour la communauté, incluant 2 journées thématiques, 2 journées pour les jeunes chercheurs, suivis d'une semaine de conférences plénières:

- Journée « Géométrie & Apprentissage », **26 octobre 2023**, Institut Henri Poincaré, <https://ml4geo.sciencesconf.org>, avec 7 exposés invités et 58 participants.
- Journée « Jeunes en Géométrie », **27 octobre 2023**, Institut Henri Poincaré, <https://jcgeo.sciencesconf.org>, avec 9 exposés courts des doctorants, une table ronde "Après ma thèse", et une discussion sur les vidéos "ma thèse en 5 minutes", 42 participants.
- Journée « Géométrie dans l'Industrie », **6 juin 2024**, Université Gustave Eiffel <https://geom-industry.sciencesconf.org>, avec 5 exposés invités et 50 participants.
- Journée « Jeunes en Géométrie », **7 juin 2024**, Université Gustave Eiffel <https://jcgeo24.sciencesconf.org>, avec des exposés "fast-forwards", 4 tutoriaux, et 30 participants.
- Conférence « Geometry & Computing », CIRM, Luminy, du **21 au 25 octobre 2024**. <https://geocomp2024.sciencesconf.org>, avec 102 participants, avec au programme :
  - 24 exposés invités;
  - 2 sessions posters avec un total de 15 exposants;
  - co-localisation des journées annuelles des trois GTs Géométries;
  - une discussion lors d'un *townhall meeting* final autour des réponses à un questionnaire envoyé aux GTs Géométries.

Globalement, tous les événements organisés ont été un succès, avec une répartition assez équilibrée des membres des 3 communautés. Trois points sont particulièrement à retenir :

- Les journées "Jeunes en Géométrie" ont été très bien accueillies par les doctorants et post-doctorants. Organisées par une équipe de doctorants avec notre encadrement régulier, ce format leur a donné une grande flexibilité dans le contenu et l'organisation du programme des journées, tout en favorisant les échanges scientifiques entre doctorants.
- La conférence finale "Geometry & Computing" organisée au CIRM sur 5 jours a rencontré un succès remarquable. La conférence a atteint le maximum de capacité d'accueil du CIRM, et les retours à la fois sur les exposés invités et les sessions poster ont été unanimement très positifs.
- Le questionnaire adressé aux GT Géométrie et discuté pendant le *Townhall* au CIRM a confirmé la volonté réelle de la communauté dans son ensemble de poursuivre des actions fédératrices aux 3 communautés. En particulier, l'idée d'avoir une conférence fédératrice pour les trois GTs une fois tous les deux ans a reçu une approbation générale.

## Avancées récentes

Dans la communauté de *géométrie algorithmique* (GT Géo Algo), on note ces dernières années une nette inflexion vers des questions de nature **topologique**. Ceci est d'ailleurs confirmé au niveau international par le nombre croissant de manifestations (conférences, workshops ou écoles) autour de la **topologie algorithmique** ou de l'**analyse topologique des données**. L'analyse topologique des données désigne notamment la théorie de l'homologie persistante, et l'un des défis actuels dans ce domaine est la compréhension des modules de persistance multivariés permettant d'analyser les filtrations à plusieurs paramètres. Les aspects algorithmiques intéressent quant à eux les topologues qui travaillent sur des problèmes en basse dimension : les courbes sur les surfaces, les nœuds, les variétés de dimension trois, les espaces de modules, etc. En effet, les avancées mathématiques sur ces objets permettent de poser des questions combinatoires plus précises, comme le dénombrement des classes d'homotopie de longueur bornée sur une surface hyperbolique, ou la reconnaissance algorithmique de la trivialité d'un diagramme de nœud. Ces questions combinatoires demandent à être validées ou explorées par les méthodes de l'informatique et on assiste ainsi à une interaction de plus en plus forte, et mutuellement intéressée, entre topologues et informaticiens. Sur les aspects plus géométriques, des outils jusqu'alors cantonnés aux mathématiques pures pénètrent le champ combinatoire et permettent de distinguer des géométries particulières comme les espaces CAT(0) ou les espaces hyperboliques au sens de Gromov et d'adapter en conséquence les algorithmes et analyses. En parallèle de ces aspects purement topologiques et géométriques, on assiste à la prise en compte de l'**aléatoire** pour proposer une analyse plus fine des algorithmes face à des données réelles satisfaisant des distributions données a priori. Cet aléatoire se retrouve dans l'analyse des données où l'incertitude et le bruit sont modélisés par des mesures de probabilité et une notion appropriée de distance permet d'étendre les techniques d'**inférence géométrique** à des **données incertaines**.

En *géométrie discrète* (GT GDMM), les travaux fondamentaux sur les objets de base (segments, plans, arcs de cercle) ont permis la définition d'**estimateurs différentiels** vérifiant la propriété de convergence multigrille. Ces avancées ont ouvert la voie à la discrétisation d'opérateurs différentiels d'ordre supérieur, par le biais notamment du **calcul extérieur discret**. Par ailleurs, le problème de la reconnaissance d'objets s'est déplacé ces dernières années vers des objets plus complexes que ces objets de base, les solutions apportées faisant souvent le lien avec des objets issus de la géométrie algorithmique (triangulation, diagramme de puissance, polytopes, etc). En topologie discrète et en *morphologie mathématique*, des avancées récentes permettent de généraliser des résultats théoriques/algorithmiques en dimension spatiale aussi bien que spectrale, à des **modèles hiérarchiques d'images** : passage de modèles sur grilles régulières à des modèles sur **graphes généraux**, qui permettent de prendre en compte une plus grande variété d'espaces de représentation comme par exemple celui des formes et des lignes de niveau d'une image ; morphologie mathématique «couleur» ou sur des ensembles de valeurs partiellement ordonnés comme c'est par exemple le cas pour les images de tenseurs disponibles en IRM ou pour les images hyperspectrales disponibles en télédétection. Les évolutions récentes montrent de nombreux et fructueux rapprochements entre les communautés à l'interface entre mathématiques et informatique. Parmi ces évolutions on

notera des liens avec l'analyse numérique pour traduire des EDP (équations aux dérivées partielles) sur des **structures combinatoires**; des liens avec la topologie et la géométrie des données pour obtenir des garanties théoriques de stabilité (théorie de Morse discrète, homologie persistante, ou convergence multigrille d'estimateurs différentiels) ; des liens avec l'optimisation combinatoire via la minimisation de nouvelles formulations convexes pour l'analyse d'images ; ou encore des liens avec la combinatoire des mots, l'arithmétique, les systèmes dynamiques (structures quasi-périodiques – pavages, plans ou quasi-cristaux). D'anciennes conjectures liées aux pavages ont été résolues, le rôle des fractions continues multi-dimensionnelles est de mieux en mieux compris. Enfin, des **opérateurs morphologiques** ont récemment pu être intégrés dans des processus d'**apprentissage profond**, induisant des modèles morphologiques différentiables et entraînaibles de bout en bout.

Dans le domaine de la *modélisation géométrique* (GT MG), les problématiques fondamentales concernent l'analyse de données géométriques intra-modèles (point d'intérêt 3D, structure des modèles) et inter-modèles, la mise en correspondance, l'analyse de familles de formes ou la classification par la sémantique. Le GT MG a beaucoup évolué récemment avec l'étude du **deep learning géométrique**, un domaine du deep learning qui a émergé suite aux contraintes des techniques standards, qui sont efficaces sur des grilles, une structuration inexistante en général sur des données non euclidiennes. Du côté applicatif, plusieurs avancées ont fait évoluer le domaine : un grand impact de ces dernières années a été la facilité de modélisation 3D apportée par les surfaces de subdivisions. Ces descriptions géométriques ont permis la création et l'utilisation de contenus numériques 3D intuitive et rapide, en faisant un pont entre les objets maillés semi-continus et les surfaces ou les volumes paramétriques, continus. Ces représentations de surface sont désormais intégrées dans les logiciels de modélisation. Les possibilités de transformation entre modèles sont maintenant soutenues par les objets fractals, où la dimension n'est plus entière, dont la description peut se faire à partir de formes géométriques (attracteurs), de contraintes géométriques et topologiques, et qui généralise un grand nombre de modèles géométriques. Dans la généralisation, on observe de nombreux travaux sur les propriétés topologiques (homologie, persistance) qui s'ajoutent aux travaux soutenus sur l'abstraction des modèles et forment une voie importante de l'abstraction des constructions. Par ailleurs, une partie des recherches du GT portent sur la production de pièces par la **fabrication additive** (optimisation de formes pour leur impression par exemple) et l'intégration de propriétés de matériau dans les modèles géométriques (matériau auxétique, porosité, rugosité). Il est à noter que, en dehors des liens avec les mathématiques, la recherche en modélisation géométrique s'adapte fréquemment aux domaines d'application, qu'il s'agisse de la mécanique, de la biomécanique, du multimédia/systèmes (transmission de contenus 3D) ou du traitement du signal (compression de maillages 3D). On note un certain nombre de sujets récents qui prennent une place grandissante au sein de la communauté, comme l'analyse topologique, l'**analyse iso-géométrique**, le traitement des **données géométriques massives**, l'**extraction de connaissances géométriques et topologiques par l'IA**, la capture et la représentation de données 3D (par exemple dans les contextes de l'**usine numérique**, voir industrie 4.0) ou la création de **jumeaux numériques**, soit modélisés, soit numérisés, caractérisés et reconstitués par *reverse engineering*.

Ces avancées récentes montrent aussi la *convergence* entre plusieurs thématiques des différentes géométries, ainsi qu'à l'interface des géométries avec d'autres disciplines.

L'**inférence géométrique** et le **calcul différentiel et variationnel** sont au cœur des 3 géométries. L'**analyse topologique** et l'étude des **structures combinatoires** sont des sujets de recherche très actifs dans les 3 GTs. Les communautés Geo Algo et MG approfondissent les aspects géométriques du **transport optimal** et intègre l'**aléatoire et les probabilités** dans l'analyse des données ou les processus de génération. Enfin les communautés GDMM et MG s'intéressent au **traitement numérique des données géométriques** avec des outils de plus en plus similaires, et explorent comment des propriétés géométriques ou morphologiques peuvent être intégrées dans des modèles d'**apprentissage profond**.

### ***Applications communes ou domaines d'application communs à plusieurs GT.***

Notons finalement que *la production de logiciels open source*, et plus généralement *les applications concrètes de leurs avancées dans d'autres domaines scientifiques*, sont des **intérêts communs aux trois communautés de géométrie**. Ainsi, la communauté géométrie discrète et morphologie mathématique est l'instigatrice de la bibliothèque libre et collaborative C++ [DGtal](#) (best software award à la conférence SGP 2016) et de la bibliothèque [HIGRA](#). La communauté française de géométrie algorithmique est le principal contributeur au projet collaboratif de bibliothèque C++ [CGAL](#) (test of time award à la conférence SoCG 2023) et de la bibliothèque d'analyse topologique des données [Gudhi](#). Enfin, la communauté de traitement géométrique des données propose des plateformes comme [Geogram](#) (best software award à la conférence SGP 2023), ou son successeur [Graphite](#) (prix spécial most innovative project et troisième prix scientific software category aux Trophées du libre) et la plateforme [Jerboa](#) de conception par la topologie. Quant aux applications dans d'autres domaines, on peut citer par exemple des efforts sur des sujets aussi variés que les matériaux (ANR [StableProxies](#), ANR [Fraclettes](#)), l'héritage culturel et l'urbanisme (PEPR [VDBI](#), ANR [StableProxies](#), [Rollingdot](#), ANR [Semapolis](#)), le médical ([HINT](#), [PreSPIN](#), TopMAMI, consortium [MEDITWIN](#), ANR [PERSEVERE](#)), la biologie (ANR [TopModel](#)) le multimédia (GIMD), l'industrie du futur (ANR [Coherence4D](#)), la simulation (Digikine), l'IA (ANR [DeepOrder](#), ANR [SSLAM](#)), ou l'astronomie et la cosmologie (réseau européen [EDUCADO](#), ANR [TopModel](#)).

## **Perspectives de recherche**

Les **structures combinatoires qui généralisent la géométrie euclidienne et ses algorithmes** constituent un champ de recherche important de la *géométrie algorithmique*. Si les graphes sur les surfaces en sont le premier exemple et offrent encore de nombreux problèmes ouverts, d'autres généralisations sont actuellement poursuivies, comme leur extension sur les surfaces hyperboliques (ANR JCJC ABYSM), les matroïdes orientés, et leur combinatoire asymptotique. Ces perspectives induisent de nombreux échanges avec la théorie des graphes, la géométrie des surfaces (géométrie de Teichmüller ou géométrie systolique), mais aussi la théorie de la complexité. Par exemple, la Théorie Existentielle des Réels, située entre NP et PSPACE, apparaît dans de nombreux problèmes d'apparence distincte en géométrie algorithmique.

La **topologie appliquée et algorithmique** a récemment pris une place importante dans les communautés de la géométrie. L'**analyse topologique des données** (TDA) a ouvert de



nombreuses perspectives dans l'analyse de données complexes dans de nombreux domaines, en offrant des outils visuels robustes pour les quantifier. Les recherches nouvelles se concentrent sur l'optimisation topologique en 1-persistance (ANR [TopModels](#)), pour l'intégration de la TDA dans un processus d'apprentissage, et sur l'extension à la multi-persistance. La **théorie des nœuds** est toujours un champ de recherche actif. La reconnaissance du nœud trivial est dans  $NP \cap coNP$ , sans aucun algorithme polynomial encore connu. De nouveaux invariants algorithmiques fins pour ces problèmes restent à l'étude (ANR [AlgoKnot](#)), notamment en lien avec les algèbres et l'informatique quantique, et impliquent de quantifier la complexité combinatoire d'objets topologiques (3-variétés, diagramme de nœuds).

Les questions de **plongement métrique** sont aussi cruciales pour les applications à l'algorithmique des données de grande dimension, pour réduire la dimension tout en préservant au mieux les propriétés métriques. Plus généralement, l'existence de plongements (métriques ou non) est une source de problèmes difficiles et importants – un cas particulier étant le problème de l'isomorphisme de sous-graphes. L'analyse géométrique **spatio-temporelle** est aussi un sujet actif, induisant de nouvelles distances et requérant de nouvelles approches algorithmiques, par exemple pour l'étude des trajectoires.

Les **équivalences géométriques continu–discret** et la **convergence asymptotique** restent un domaine de recherche très actif en *géométrie discrète*. Les séquences de Morse constituent une approche élégante équivalente à la théorie de Morse discrète, avec une formulation locale pouvant induire à terme des algorithmes plus efficaces d'analyse topologique dans les images et maillages. L'analyse de la géométrie linéaire des ensembles de  $\mathbb{Z}^d$  par sondage de plans (ANR JCJC [PARADIS](#)) ne requiert plus d'ordre, reste locale et sans paramètre, et son calcul par marches exponentielles permet d'envisager l'exploration géométrique en dimensions intermédiaires. De façon complémentaire, la convexité pleine est une alternative calculable à la convexité discrète classique, la première à garantir la simple connexité en dimension quelconque, et a des applications potentielles en optimisation combinatoire convexe. Les courants corrigés (ANR [CoMeDiC](#)), combinant théorie géométrique de la mesure et convergence d'estimateurs différentiels discrets, induisent les meilleures méthodes d'estimation des courbures sur les données discrètes (triangulations, voxels, nuages de points). Ils ouvrent le champ à de nouveaux **opérateurs différentiels**, conduisant à du calcul variationnel et *geometry processing* plus stables et agnostiques au type de données (ANR [StableProxies](#)).

En *morphologie mathématique*, de nombreux travaux récents ont repensé les **structures de graphes et de hiérarchies** selon plusieurs objectifs : passage à l'échelle et représentation de données massives, représentation de hiérarchies multiples, constructions appropriées pour rendre équivalent les traitements morphologiques à de l'optimisation sur graphe. Certains travaux récents indiquent que l'on peut rendre ces structures différentiables, ouvrant le champ à la définition de *fonctions de perte liées à la structure des données* dans des processus d'**apprentissage profond**. Dans cette même direction, les structures étudiées en géométrie discrète et morphologie mathématique (grilles cartésiennes, treillis, graphes) sont compatibles avec les méthodes d'apprentissage, et notamment les approches par réseaux de neurones (*deep learning*). En effet, ces objets sont à la fois les entrées classiques des réseaux de neurones (données sur grilles cartésiennes), et la structure même de ces réseaux (graphes), ce qui ouvre la voie vers différentes interactions. De

nombreuses questions se posent déjà sur la manière d'optimiser des réseaux comprenant des couches morphologiques et font l'objet d'un groupe de travail informel mis en place au niveau national. Enfin le développement de nouvelles **technologies d'imagerie** crée des données de plus en plus riches : imagerie multi- ou hyperspectrale, imagerie high dynamic range, imagerie de tenseurs (par exemple IRM de diffusion), etc. Le développement de nouveaux modèles morphologiques, capables de manipuler ces nouveaux espaces et de les simplifier constitue un domaine de recherche actif lié, entre autres, à la proposition de relations d'ordre et la réduction d'espaces.

En modélisation géométrique, quelques thèmes émergent particulièrement ces dernières années : la **création intuitive de contenu numérique 3D**, le **design virtuel d'objets destinés à être fabriqués**, la **modélisation par apprentissage statistique**, la représentation par des **grammaires de formes ou de processus de construction**. Comme dans beaucoup de domaines, le deep learning a eu un impact considérable sur nos thématiques de recherches. La particularité ici est le fait que les données géométriques sont fréquemment non euclidiennes et requièrent donc des dispositifs spécifiques, à la fois pour les tâches d'analyse et pour les tâches génératives. De plus, nous sommes de plus en plus confrontés à des données multimodales, combinant des informations purement géométriques (positions, normales) et colorimétriques (intensité du retour laser, couleur, images prises simultanément...), surfaciques (rugosité, saillance) et topologiques (trous, anses, genre). Ces données multimodales, sont souvent obtenues sur des systèmes et référentiels différents et l'on cherche plus souvent l'expression d'opérateurs dans un espace commun plutôt que des projections rognant les données et leurs modèles. De manière générale, l'analyse de nuages de points est en pleine expansion avec la prise en compte de caractéristiques topologiques. Notons que les collaborations avec d'autres domaines que la traditionnelle production industrielle sont en augmentation (archéologie, astronomie, médecine).

Enfin, les domaines de la géométrie (modélisation géométrique, géométrie discrète, géométrie algorithmique) sont aussi susceptibles d'être fortement impactés par l'explosion du domaine de l'**impression additive**, avec de nombreuses applications médicales et industrielles potentielles déjà en cours de développement. C'est particulièrement vrai dans le domaine de l'imagerie médicale, dont la croissance tous azimuts (réalité augmentée, planification d'opérations, simulation, prothèses sur mesure, etc) est un véritable enjeu scientifique et sanitaire.

### ***Verrous scientifiques et futurs enjeux à la croisée des géométries.***

Ce rapport n'est pas le meilleur endroit pour avoir des discussions scientifiques profondes, mais nos domaines (comme beaucoup d'autres) sont confrontés à des verrous scientifiques importants et des enjeux sociétaux importants. Nous en citons ci-dessous quelques-uns.

*Géométries en dimensions intermédiaires.* De nombreux travaux en inférence topologique et géométrique donnent à la fois des garanties théoriques et des algorithmes efficaces pour traiter des données en basse dimension. Ces travaux sont rarement concrètement applicables en dimension plus grande, car leur complexité temps/mémoire et leur précision sont (parfois hautement) dépendantes de la dimension. La réduction de dimension ou les réseaux de neurones peuvent être des approches efficaces à ce problème, le compromis étant l'absence de garanties de précision et bien souvent une inexplicabilité des espaces

latents induits. De nouveaux outils doivent donc être développés pour représenter et caractériser ces espaces et ces données, où des notions telles que la (pseudo-)convexité, les invariants topologiques et autres sont particulièrement désirables.

*Rôle de la géométrie en apprentissage.* Introduire de la géométrie dans un processus d'apprentissage est maintenant accepté comme un défi majeur avec plusieurs objectifs : la notion d'équivariance par exemple a un rôle clé pour avoir des garanties sur les résultats, comme l'invariance de l'apprentissage aux rotations ou autres actions de groupe, tout en limitant le temps d'apprentissage et la taille de la base d'apprentissage. On voit cette importance de la géométrie en apprentissage dans plus en plus de contextes, comme la discrétisation des SDFs (*signed distance functions*), avec la contrainte de satisfaire l'équation eikonale, la décomposition de formes en partie convexes, ou les représentations géométriques différentiables. De plus, la différence fondamentale entre images et formes 3D force le développement de méthodes beaucoup plus générales.

*Analyse topologique de données.* La définition et la complexité du calcul d'invariants topologiques reste un blocage à l'utilisation des méthodes de la TDA (*topological data analysis*) à certaines applications comme les images 3D ou la création de termes de régularisation topologique. De plus, le développement de méthodes TDA pour des données de plus en plus complexes et structurées (en moyenne, haute, ou très haute dimension) reste un verrou majeur qui occupe toute une partie de la communauté.

*Enjeux sociaux.* L'utilisation de plus en plus fréquente de l'IA dans nos domaines entraîne aussi des enjeux difficiles (partagés avec l'IA en général, mais d'autant plus prononcés que la géométrie est beaucoup plus générale et gourmande en mémoire) de développement durable (par exemple, parcimonie des calculs géométriques) et d'usage éthique de nos recherches (par exemple, fausses scènes 3D avec rendu réaliste).

## Prospectives

Basé sur l'année géométrie et les discussions qu'elle a généré, nous proposons ici une analyse, à la SWOT, des perspectives de la communauté que les trois GTs géométries forment – avant de terminer ce rapport avec une liste d'actions suggérées pour renforcer la synergie naissante et prometteuse des trois GTs géométries.

### ● Forces et faiblesses

#### Forces internes

Comme détaillé dans l'Annexe de ce document, les GTs géométrie sont composés d'environ 50 chercheurs, 150 enseignants-chercheurs et 100 doctorants. Ils sont répartis principalement sur 40 laboratoires. Le CNRS a des chercheurs actifs dans les 3 GTs, les équipes INRIA sont principalement présentes dans les GT GeoAlgo et MG.

La structuration actuelle avec des GT communs aux GdR IFM et IG-RV facilite les interactions avec l'informatique fondamentale d'une part (graphes, combinatoire, algorithmique) et avec les domaines d'application principaux (informatique graphique, visualisation, animation) – une caractéristique forte de notre communauté.

Les thématiques couvertes en géométrie computationnelle sont très larges, et recouvrent celles actives à l'internationale pour former un véritable continuum entre mathématiques et informatique. On note aussi de fortes interactions entre les différentes thématiques, qui sont particulièrement visibles dans les projets ANR actuels, rassemblant pour la plupart des membres de plusieurs GTs.

On note une convergence de plusieurs thèmes de recherche (par exemple, inférence géométrique, analyse topologique, reconstruction, calcul discret, etc), qui conduisent aussi au développement de mathématiques propres au domaine. Enfin la discipline se nourrit fortement d'autres domaines puisque plus d'une dizaine de projets financés en cours font le pont avec des domaines applicatifs (IA, biomédical, urbanisme, matériaux, simulation, art & culture, agronomie, astronomie, multimédia, industrie – voir la liste des projets ANR dans la partie *Avancées Récentes* précédente pour des projets concrets).

## Forces externes et positionnement à l'international

Les communautés françaises de géométries computationnelles sont reconnues à l'international et présentes dans toutes les conférences internationales majeures de leurs thèmes associées. Par exemple, la communauté GT GDMM est très impliquée dans le comité technique [TC18](#) de l'IAPR (International Association for Pattern Recognition), qui rassemble au niveau mondial les équipes de recherche travaillant sur le thème "Discrete Geometry and Mathematical Morphology". Elle est très présente dans le comité de pilotage de la conférence du même nom ([DGMM](#)) et organisera l'édition 2027 à Grenoble. La conférence phare de l'IAPR ([International Conference on Pattern Recognition](#)) sera organisée en 2026 à Lyon par des membres du GT DGMM. La communauté Geo Algo a historiquement été très présente dans la conférence SoCG ([Symposium on Computational Geometry](#)) et commence maintenant à aussi percer en machine learning et statistiques avec un certain nombre de travaux en analyse topologique des données présentés à ICML, NeurIPS et AISTATS. La communauté MG est aussi très impliquée dans les conférences telles ACM SIGGRAPH et ACM SIGGRAPH Asia, GMP (geometric modeling and processing), Curves and Surfaces, etc. Le comité technique du [Symposium of Geometry Processing](#) contient régulièrement de nombreux chercheurs des GTs MG et GeoAlgo.

## Faiblesses internes et risques

Les trois sous-communautés géométrie ont évolué pendant longtemps de manière assez parallèle et distincte, avec des collaborations plus ponctuelles que systémiques. Les Journées Informatique & Géométrie ont été un point de rencontre des 3 communautés tous les 2-3 ans, mais avec un succès limité (environ 40 participants). En ce sens, le succès de Geometry & Computing 2024 montrent une réelle évolution et une *convergence des intérêts scientifiques*.

Le découpage de l'informatique au CNRS en 2 sections (6 et 7 à l'époque, 2 et 3 maintenant) il y a 10 ans a induit une certaine incertitude sur le positionnement de certains chercheurs, même si en pratique le mot-clé géométrie est plutôt associé à la section 3 (ex 7). Néanmoins, le CNRS a su gérer ces situations par des commissions mixtes. Une autre conséquence a été le rapprochement des GT GDMM et MG vers le GdR IG-RV en formation à cette époque là, alors que le GT Géo Algo décidait de rester au sein du seul GdR IFM (IM

à l'époque). Là encore, les GT GDMM et MG sont finalement satisfaits de cette double inscription, qui correspond en réalité à leurs interactions vers leurs deux versants fondamentaux et applicatifs. Il est pensable à ce jour que les trois GTs deviennent de plus en plus cohérents de par leurs interactions renforcées, et pourraient donc devenir tous les trois à cheval entre les deux GDRs pour refléter leur dualité mathématique/informatique.

Le GT GDMM avait aussi évolué sur cette période, en intégrant les thématiques liées à la "morphologie mathématique" dans son périmètre. Cette évolution est aussi reflétée à l'international, où les deux conférences principales du domaine (Discrete Geometry for Computer Imagery et International Symposium on Mathematical Morphology) ont fusionné pour l'édition 2021. L'apprentissage profond a considérablement impacté le domaine de la morphologie mathématique depuis, car son principal domaine d'application est le traitement et l'analyse d'image. Ce développement de l'apprentissage au sein de GDMM peut rapprocher finalement cette partie de la communauté des autres géométries, elles aussi impactées par l'apprentissage profond.

## Faiblesses externes et opportunités

On note un nombre étonnamment faible de projets européens. Il est possible que cette faiblesse provient du développement extrêmement rapide de l'IA qui a redessiné les opportunités européennes et mondiales en recherche, et que nos communautés ont moins su s'adapter à ce bouleversement technologique que d'autres. La tendance actuelle est cependant positive, dans le sens où les trois GTs s'investissent de plus en plus dans la recherche en machine learning. De plus, leur expertise géométrique les place en très bonne position pour à la fois s'implanter durablement dans le domaine et en tirer les meilleurs bénéfices.

### ● Actions futures et évolutions

#### **Nécessité de soutien aux actions transversales aux Géométries**

C'est un élément essentiel pour soutenir le cœur des recherches en géométrie computationnelle, à savoir les modèles avec garanties théoriques, les algorithmes performants et durables, et les outils mathématiques propres au domaine. Les Journées Informatique & Géométrie tenaient un peu ce rôle auparavant, mais n'avaient pas la même portée dans la communauté (durée courte, appel à exposés essentiellement). La communauté a décidé de **rééditer la conférence Geometry & Computing**, avec un dépôt du projet au CIRM pour le *second semestre 2026*. La conférence est reconduite sur les mêmes principes (sélection de nombreux exposés scientifiques de qualité, respectant diversité thématique et parité, par un comité réunissant les 3 géométries ; session poster, journée spécialisée par GT), car le format initial a convaincu les participants.

#### **Nécessité de soutien aux Jeunes en Géométries**

Une réussite incontestable de l'année Géométrie est d'avoir initié une dynamique d'interaction entre les jeunes doctorants et post-doctorants des 3 GT. Il faut noter que chaque GT individuellement ne pourrait pas maintenir cette dynamique, faute d'une masse critique suffisante. L'échelle du GdR est sans doute trop grande aussi, à cause du spectre thématique trop large. Une première étape est de pérenniser l'organisation de journées "Jeunes en Géométrie". Une nouvelle journée est déjà planifiée le 4 juin à Paris. La nouvelle

équipe de doctorants impliqués est en cours de construction, certains membres de l'ancienne équipe ayant obtenu leurs diplômes ou n'étant plus dans le monde académique.

### **Structuration des géométries**

Le positionnement des GTs à la fois au sein d'IFM et au sein d'IG-RV est tout à fait logique par rapport à nos objets d'étude, notre démarche scientifique, et les problèmes concrets abordés issus de nos domaines d'applications. Pour citer le rapport du conseil scientifique d'IFM, nos Géométries forment *un domaine de l'informatique qui utilise non seulement des mathématiques, mais qui se révèle aussi créateur de nouvelles mathématiques*. Les multiples connexions avec les communautés Graphes, Aléa, CombAlgo, CoA et même Calcul Formel l'attestent. De même, il ne ferait pas sens de nous couper de l'informatique graphique au sens large d'IG-RV, car ce domaine irrigue nos GTs d'applications concrètes, de défis sociétaux nouveaux, et l'évolution de ses technologies impliquent des développements fondamentaux. Il est enfin clair que certaines géométries ont des liens forts avec l'image et l'apprentissage profond, donc avec les RT IASIS et MAIAGES, et que nos interactions doivent être favorisées. Pour autant, faire un GT ou un pôle commun avec ces réseaux thématiques semble peu approprié, d'une part parce que notre centre de gravité est plus éloigné de ces domaines, d'autre part car cette structuration serait trop complexe. Par contre, **il faudra sans doute à terme officialiser le rôle d'un ou deux responsables de l'animation scientifique des géométries, ainsi qu'un correspondant suivant les Jeunes en Géométrie**. Pour le moment, le comité de pilotage de l'année Géométrie, a été préservé pour déposer le dossier nécessaire pour la conférence Geometry & Computing 2026.

### **Postes fléchés géométries**

La présence de chercheurs au sein des laboratoires crée des dynamiques importantes de recherche. C'est particulièrement vrai en géométrie computationnelle, où de nombreuses avancées fondamentales sont obtenues en combinant des outils mathématiques (probabilités et statistiques, théorie géométrique de la mesure, topologie et arithmétique, géométrie différentielle, transport optimal, optimisation numérique ou combinatoire, ...) et informatiques (algorithmique et complexité, graphes et hiérarchies, structures de données géométriques et algorithmes dédiés, programmation parallèle et GPU, apprentissage statistique, algorithmes géométriques stables avec garanties, ...). La présence des chercheurs du domaine était ainsi très forte à la conférence Geometry & Computing (13 chercheurs CNRS, 10 chercheurs INRIA). Toute la communauté Géométrie serait bénéficiaire d'un ou plusieurs recrutement(s) de chercheurs à la croisée de ses domaines. On peut noter aussi qu'une meilleure reconnaissance de la dualité scientifique mathématiques/informatique de la majorité de nos thématiques conduirait à plus d'opportunités de recrutement et à des évaluations plus adéquates des carrières scientifiques.

### **Appels à projet ANR**

Il est important que le mot-clé "géométrie" apparaisse dans les comités d'évaluation de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), et non comme un sous-ensemble de "Image", "Interface Homme-Machine" ou "Multimédia" comme cela a pu être le cas il y a quelques années. Cela facilite le positionnement des projets fondamentaux en géométrie lors de leur soumission tout en rendant plus équitable leur évaluation. De même, dans les sections CNRS le mot-clé "modélisation géométrique" n'apparaît plus et cela limite l'attrait de cette communauté.

### **Formations au coeur des géométrie**

Il existe peu de formations de niveau Master dont le sujet central correspond aux thèmes de nos GT. On note un certain nombre de formations qui enseignent partiellement certaines thématiques, souvent comme un simple outil pour un domaine applicatif (informatique graphique, analyse d'image, CFAO). L'essor de l'IA a inséré quelques nouveaux cours autour du l'apprentissage géométrique profond ou l'IA générative, ce qui est aussi une façon indirecte pour nos étudiants de se former aux problématiques de nos GTs. Plus généralement, une formation complète en géométrie computationnelle requiert une double compétence mathématique et informatique. Ces formations sont assez rares dans le paysage de l'enseignement en France, car elles sont très exigeantes pour les étudiants. Tous ces éléments font que le vivier de doctorants est sans doute moins conséquent que dans d'autres thématiques des GdR IFM et IG-RV. La communauté géométrie devra s'emparer de cette problématique pour garantir la pérennité à plus long terme de ses thématiques de recherche.

# Annexe

## Equipes et laboratoires impliqués dans les GT géométrie

Ces données sont extraites de [mygdr.hosted.lip6.fr](http://mygdr.hosted.lip6.fr), qui gère les listes de diffusion des GdR/GT. Au total, environ 310 personnes différentes sont inscrits dans les GT géométrie : environ 200 permanents dont 45 sont DR/CR (CNRS, INRIA, autres instituts), et environ 100 doctorants. Les personnes sont réparties sur plus de 60 laboratoires, avec néanmoins une vingtaine de laboratoires avec 1 ou 2 inscrits. La répartition plus précise est ci-dessous (des personnes peuvent être inscrites sur plusieurs GT) :

- GT Géo Algo : 62 permanents (dont 28 DR/CR), 40 non permanents, 36 laboratoires (63/102 dans 10 labos)
- GT GDMM : 139 permanents (dont 18 DR/CR), 41 non permanents, 51 laboratoires (106/180 dans 10 labos)
- GT MG : 92 permanents (dont 16 DR/CR), 33 non permanents, 44 laboratoires (76/125 dans 10 labos)