

4th DGCI

DISCRETE GEOMETRY
for
COMPUTER IMAGERY



GRENOBLE (France)

September 19-21, 1994



References

- [Blum67] H. Blum, *A Transformation for Extracting New Descriptors of Shape*, from: Models for the Perception of Speech and Visual Form, W. Walthen-Dunn, ed. 1967, MIT Press 1967
- [Schmitt89] M. Schmitt, *Some Examples of Algorithms Analysis in Computational Geometry by Means of Mathematical Morphological Techniques*, in Geometry and robotics, J.D. Boissonnat, J.P. Laumons Eds., Lecture Notes in Computer Science Vol. 391, pp.225-246, Springer-Verlag, 1989
- [Vincent91] L. Vincent, *Efficient computation of various types of skeletons*, Proc. SPIE Conf. Medical Imaging V: Image Processing, SPIE Vol. 1445, pp.297-311, 1991
- [BrAlg92] J.W. Brandt, V.R. Algazi, *Continuous Skeleton Computation by Voronoi Diagram*, CVGIP:Image Understanding 55(3) pp.329-338, 1992
- [TalVin92] H. Talbot, L. Vincent, *Euclidean Skeletons and Conditional Bisectors*, Proc. SPIE Conf. Medical Imaging V: Image Processing, SPIE Vol. 1818, pp.862-876, 1992
- [Ogn92] R.L. Ogniewicz and M. Ilg, *Voronoi Skeletons: Theory and Applications*, Proc. CVPR'92 pp. 63-69, IEEE Computer Society Press, 1992
- [Ogn93] R.L. Ogniewicz, *Discrete Voronoi Skeletons*, Diss. ETH No. 9876, Hartung-Gorre Verlag, Konstanz, 1993
- [AttMon93] D. Attali, A. Montanvert, *Squelettes et Diagrammes de Voronoi*, Rapport de Recherche RR 992, IMAG Grenoble, 1993
- [SzBK92] G. Székely, Ch. Brechbühler, O. Kübler, R. Ogniewicz and T. Budinger, *Mapping the human cerebral cortex using 3D medial manifolds*, Proc. VBC'92, Chapel Hill, October 1992, pp.130-144, SPIE Vol. 1808
- [SzBN94] G. Székely, M. Náf, Ch. Brechbühler, O. Kübler, *Calculating 3D Voronoi Diagrams of large unrestricted point sets for skeleton generation of complex 3D shapes* Proc. 2nd Intl. Workshop on Visual Form, May 1994, Capri, Italy
- [AttMon94] D. Attali, A. Montanvert, *Semicontinuous Skeletons of 2D and 3D Shapes* Proc. 2nd Intl. Workshop on Visual Form, May 1994, Capri, Italy
- [Klein87] F. Klein, *Vollständige Mittelachsenbeschreibung binärer Bildstrukturen mit euklidischer Metrik und korrekter Topologie*, Dissertation ETH Nr. 8411, Zurich 1987.
- [Meyer79] F. Meyer, *Citologie quantitative et morphologie mathématique*, PhD Thesis, School of Mines, Paris, 1979
- [Meyer89] F. Meyer, *Skeletons and Perceptual graphs*, Signal Processing 16 pp. 335-363, 1989
- [ArcdiB86] C. Arcelli and G. Sanniti di Baja, *Computing Voronoi diagrams in digital pictures*, Patt.Rec.Letters 4(5) pp.383-389, 1986.
- [Dan80] P.E. Danielsson, *Euclidean Distance Mapping*, CVGIP 14, p. 227-248, 1980.
- [SzKKG94] G. Székely, Th. Koller, R. Kikinis, G. Gerig, *Structural description and combined 3-D display for superior analysis of cerebral vascularity from MRA*, Proc. VBC'94, Rochester, USA, Oct, 1994
- [FrPiMEL94] D. S. Fritsch, S. M. Pizer, B. S. Morse, D. H. Eberly and A. Liu, *The multiscale medial axis and its application in image registration*, Patt. Rec. Letters, 15, pp. 445-452, 1994
- [MoPiFr94] B. S. Morse, S. M. Pizer and C. A. Burbeck, *General Shape and Specific Detail: Context-dependent Use of Scale in Determining Visual Form*, Proc. 2nd Intl. Workshop on Visual Form, May 1994, Capri, Italy
- [KWTer87] M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos, *Snakes: Active contour models* Proc. Int. Conf. Comp. Vision, pp.259-268, 1987

A discrete adaptive model following topological modifications of volumes

Application to three-dimensional image segmentation

Jacques-Olivier LACHAUD and Eric BAINVILLE *
Laboratoire TIMC-IMAG, Institut A. Bonniot,
38706 La Tronche France
fax 76.54.95.49

Email Jacques-Olivier.Lachaud@lip.ens-lyon.fr - Eric.Bainville@imag.fr

Abstract: This article presents a discrete model, derived from triangulation, which provides a surfacic representation of volumes. Its specificity is to allow all kind of topological breaks imposed by a dynamical model. Its natural application is the segmentation of three-dimensional images. This model is constrained by internal and external forces. The deformable model (a bubble) is controlled in order to segment images.

Mots-clés: triangulation de surface, topologie variable, segmentation tridimensionnelle, modèle dynamique.

1. Introduction

1.1 Buts et objectifs de la segmentation d'image

A l'origine, la segmentation d'image cherchait à imiter le processus de la vision humaine sur des images bidimensionnelles. L'apparition de données tridimensionnelles dans les domaines médicaux, biologiques ou géologiques a élargi la détection des formes à la reconstruction de volumes complexes, opération difficile à réaliser intuitivement pour l'homme. Ce type de données peut tout aussi bien provenir de la microscopie confocale que d'IRM ou de tomographie. Les algorithmes de segmentation vont ainsi tendre, dans le cadre d'une opération par exemple, à remplacer le travail du chirurgien, qui, jusqu'à présent, reconstituait les volumes existants au moyen d'un recouvrement des différentes couches et d'une grande connaissance de l'anatomie.

Malheureusement l'analyse de données 3D et la détection des objets qui la composent, posent un grand nombre de problèmes supplémentaires, en particulier la gestion des objets à topologie complexe.

Le premier objectif a donc été de mettre au point un modèle discret, dynamique, et possédant une topologie variable. Le deuxième a été de vérifier son applicabilité dans le domaine précis de la détection des objets composant une image tridimensionnelle.

1.2 Précédentes approches

Plusieurs modèles existent pour segmenter les images tridimensionnelles, les plus connus étant basés sur une représentation sous formes de splines [Leitner93]. Cette représentation, si elle possède l'avantage d'être très répandue, notamment dans le domaine de la CAO, doit gérer en interaction avec l'utilisateur les ruptures de topologie.

D'autres modèles partent d'abord d'une formulation physique pour aboutir à un modèle

* Ce travail a été réalisé en partie dans le cadre d'Erasmus ICP-93-A2007/11, à Leiden, à partir des développements initiaux d'E.Bainville.

dynamique [Terzopoulos91]. Leur structure, la superquadrique déformable, est issue de la résolution d'un système matriciel doté de tous les paramètres internes et externes. Une telle structure ne peut que garder la topologie simple d'une superquadrique.

Dans [Szeliski91], le volume est représenté par un ensemble de particules orientées situées à la surface du volume. L'avantage d'un tel modèle est de pouvoir modifier sa topologie apparente, mais malheureusement ces ruptures de topologie doivent être ordonnées par l'utilisateur.

2. Modèle initial des δ -snakes

Un δ -snake est une surface triangulée dont les sommets se déplacent par itérations dans R^2 ou R^3 [Bainville92]. On impose des contraintes géométriques à la triangulation qui permettent un maillage régulier ainsi qu'une détection rapide et un traitement des collisions entre les différentes parties des surfaces au cours des itérations. Les lois de déplacement choisies permettent de déplacer la surface vers une iso-potentielle d'un champ scalaire (de R^2 ou R^3 dans R).

2.1 Structure

Un δ -snake est représenté par un ensemble fini S_t de points de R^2 ou R^3 que nous appellerons sommets (t représente le temps, à savoir le nombre d'itérations). A chaque sommet est associée la liste ordonnée et cyclique de ses sommets voisins; l'ordre des sommets dans la liste détermine une orientation locale de la surface. On impose que :

- la surface soit composée de triangles uniquement,
- la triangulation n'ait pas de bords,
- l'orientation permette de définir globalement un intérieur à la surface.

La topologie de l'intérieur ainsi que le nombre de ses composantes connexes peuvent être quelconques (ces propriétés sont globales et la structure est définie localement).

2.2 Invariant géométrique

Après chaque itération, la triangulation doit vérifier les deux contraintes suivantes:

- pour tout couple (A,B) de sommets voisins, $\delta < AB < 2.5 \delta$ (C1)
- pour tout couple (A,B) de sommets non voisins, $AB > 1.3 \delta$ (C2)

La première condition permet de conserver une triangulation régulière. La seconde condition permet de détecter les collisions : on considèrera que deux parties de la surface s'interpénètrent lorsque cette condition n'est pas respectée.

Pour éviter qu'un sommet ne traverse une autre partie de la surface sans que la condition (C2) ne soit violée, on doit restreindre la longueur des déplacements des sommets lors d'une itération; c'est l'objet de la troisième contrainte: $A_t A_{t+1} < 0.3 \delta$ (C3)

Les quatre constantes numériques présentes dans les trois contraintes sont fixées par un certain nombre de conditions simples liées à la façon dont on préserve l'invariant (cf 2.4). Nous nous contentons ici de leur donner ces bonnes valeurs sans expliquer leur choix.

2.3 Déplacement

Lors d'une itération, tous les sommets sont déplacés simultanément. On calcule d'abord pour chaque sommet un vecteur ΔA , puis on déplace chaque sommet A de $\lambda \cdot \Delta A$: pour tout A, $A_{t+1} = A_t + \lambda \cdot \Delta A$. λ est choisi de telle sorte que (C3) soit vérifiée pour tous les sommets.

Pour un sommet A donné, le calcul de ΔA prend en compte deux influences: des forces

internes à la surface et des forces externes : $\Delta A = F_c + F_i$.

F_c est la somme d'un terme de tension et d'un terme de pression. Par analogie avec les modèles de ballons usuels, nous choisissons: $F_c = T \cdot (A-G) + P \cdot \delta \cdot n$.

T et P sont des scalaires et représentent respectivement la tension et la pression. G est l'isobarycentre des voisins de A. n est le vecteur normal extérieur unitaire en A.

Dans l'application initiale, notre but était de rapprocher la surface d'une iso-surface $\{M / \Pi(M) = \Pi_0\}$ d'un potentiel Π défini de R^2 ou R^3 dans R ; nous avons choisi

$$F_c = \delta \cdot (\Pi_0 - \Pi(A)) \cdot n.$$

Notons l'ajout de coefficients δ dans les expressions de F_c et F_i , ceci pour que ΔA et ses différents termes soient du même ordre de grandeur δ .

2.4 Préservation de l'invariant

Après le déplacement des sommets, un premier parcours de la surface permet de détecter les couples de sommets voisins ne respectant pas la condition (C1). Si deux voisins sont trop proches, on les fusionne en un seul et s'ils sont trop éloignés, on crée un nouveau sommet en leur milieu.

L'introduction des sommets dans une structure d'octree permet de détecter les sommets non voisins qui ne respectent pas la condition (C2). Le traitement de ces cas permet au δ -snake de changer de topologie pour s'adapter à celle de la surface recherchée.

3. Intégration des ruptures de topologie

3.1 Modèle dynamique: une topologie variable

La dynamique d'un modèle introduit une imprévisibilité dans son évolution, et, si l'on veut conserver une certaine souplesse, il est indispensable de pouvoir gérer l'ensemble des transformations possibles, dont les ruptures de topologie inhérentes à l'espace.

Trois questions se posent immédiatement: Quels sont les différents changements de topologie possibles? Comment les détecter? Et bien sûr, comment les résoudre?

La première ne dépend pas du modèle, car elle est théorique. La seconde et la troisième sont étroitement liées au modèle et à sa conception.

3.2 Les changements de topologie

La **fusion axiale** se produit lorsqu'on veut passer d'une topologie convexe à une topologie de type tore. Il s'agit de créer un tunnel de matière entre deux surfaces en opposition. On parle de fusion axiale car la fusion des deux surfaces se fait en appliquant deux forces diamétralement opposées selon l'axe passant par les deux points les plus proches sur cette surface. Les forces sont appliquées de l'intérieur vers l'extérieur.

L'**étranglement annulaire** est l'opération inverse de la précédente. Elle détruit un tunnel de matière et permet de passer d'une topologie de type tore à une topologie convexe. On parle d'étranglement annulaire car l'étranglement se fait dans le plan perpendiculaire à l'axe d'étranglement, comme si une force en anneau, extérieure au volume, serrait le tunnel de matière autour de cet axe.

La **fusion annulaire** est, quant à elle, l'opération duale de l'étranglement annulaire. Elle réalise précisément la même chose mais en inversant intérieur et extérieur du volume. Elle va

détruire un tunnel de vide (un trou) et le combler de matière. Une force annulaire intérieure simule le procédé. En fait elle va replier le trou en deux poches opposées et tournées vers l'extérieur.

L'étranglement axial est l'opération duale de la fusion axiale: elle va créer un tunnel de vide dans le volume lorsque deux surfaces sont trop proches l'une de l'autre. Les forces opèrent selon un axe et sont dirigées de l'extérieur vers l'intérieur; elles pressent le volume selon cet axe.

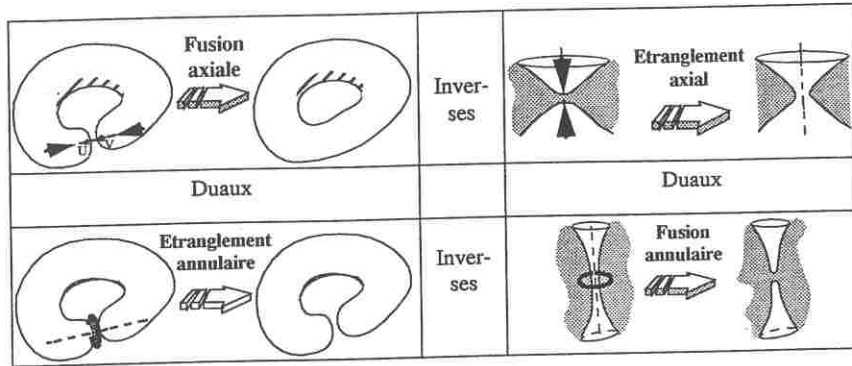


Figure 1 - Les quatre ruptures de topologie principales.

Deux changements de topologie marginaux complètent les quatre précédents: il s'agit de la fusion sphérique, qui crée un objet convexe, et de son symétrique, l'étranglement sphérique, qui détruit un objet convexe trop petit.

3.3 Détection et résolution des changements de topologie

On connaît maintenant tout ce qui peut arriver à notre δ -snake. Il s'agit de détecter ces éventuelles modifications et, ensuite, de les résoudre.

Pour réduire le problème, on peut déjà se baser sur la dualité de certaines opérations afin de les rassembler. On s'aperçoit que, grâce à la conception de notre structure (volume défini sous forme de surfaces orientées), il n'y a aucune distinction à faire entre, d'une part, la fusion axiale et son dual, l'étranglement axial, et, d'autre part, l'étranglement annulaire et son dual, la fusion annulaire. Cela provient du fait qu'intérieur et extérieur sont extrêmement similaires dans un volume défini sous forme surfacique.

En écartant pour l'instant les ruptures de topologie de type sphérique, on peut ainsi réduire à deux groupes les ruptures de topologie.

3.3.1 Fusion axiale, étranglement axial

Un premier aperçu nous permet de déduire que ces opérations peuvent se produire lorsque deux surfaces planes, parallèles, et orientées inversement l'une de l'autre, sont trop proches l'une de l'autre. On note U et V les sommets impliqués, (U_i) et (V_i) leurs voisins respectifs.

On en déduit, pour chaque couple de sommets (U,V):

$$\forall (U, V) \in \mathcal{S}^2, \text{ si } \left(\begin{array}{l} N_U, N_V \text{ le nombre de sommets de U (resp. V).} \\ (\forall i = 0 \dots N_U - 1), \quad (V \neq U_i) \end{array} \right)$$

$$\| \overrightarrow{X(U) X(V)} \| < \delta$$

\Leftrightarrow

On a une fusion axiale ou étranglement axial,

On note alors K le nombre de groupes de voisins consécutifs communs à U et V.

On appelle K l'ordre de la rupture de topologie axiale (voir Figure 2).

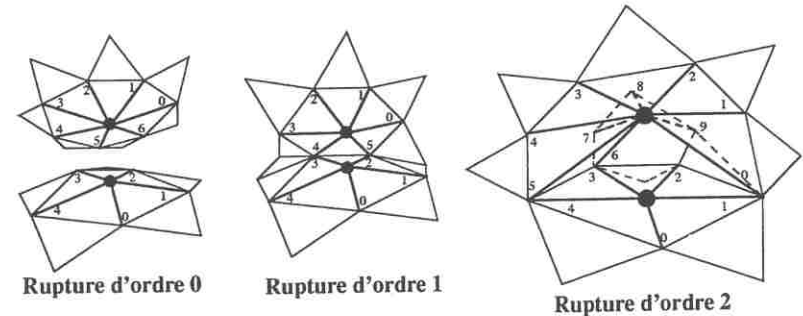


Figure 2 - Exemple de classifications des ruptures de topologie.

Rupture d'ordre 0: Ce sont deux surfaces indépendantes qui se font face. On a une fusion ou un étranglement axial simple.

Rupture d'ordre 1: C'est en général un croisement de sommets sur une surface très courbée. Cette rupture de topologie se ramène à une conservation de convexité.

Rupture d'ordre 2: La surface se resserre autour de ces deux sommets. Il s'agit ici plus d'une fusion ou d'un étranglement annulaire.

On va maintenant résoudre de la même manière tous les ordres de ruptures de topologie axiales. Cette résolution se fait en créant entre le sommet U (respectivement V) et les sommets (U_i) (respectivement (V_i)) des sommets intermédiaires. Même si ceux-ci ne respectent pas forcément les contraintes de distances d'un δ -snake, elles permettent de ramener toute rupture axiale à une rupture axiale d'ordre 0. On réorganise ensuite les sommets de manière à respecter toutes les contraintes de distance (voir Figure 3).

Puis on effectue une triangulation entre ces points intermédiaires de façon à construire une surface (externe ou interne, cela dépend de l'orientation des surfaces autour de U et V) entre ces deux surfaces indépendantes (voir aussi Figure 3).

Après avoir créé ce tunnel (de vide ou de matière), on détruit les sommets U et V ainsi que leurs liens avec leurs anciens voisins. Par ailleurs, on rappellera les routines gérant les contraintes de distance sur le δ -snake.

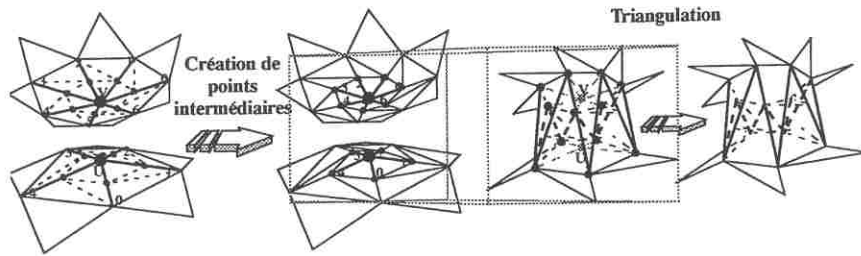


Figure 3 - Résolution de fusions et étranglements axiaux en deux temps.

Remarque: Il est important de comprendre que cette résolution générale des fusions et étranglements axiaux met de côté le problème d'une éventuelle fusion annulaire par exemple (cas des ruptures d'ordre supérieur ou égal à 2). Mais elle réduit complètement le problème de leur détection à une seule configuration, ce qui reste son objectif.

3.3.2 - Etranglement et fusion annulaire

Le paragraphe précédent a permis de constater que les ruptures de topologie d'ordre supérieurs ou égal à deux contiennent les opérations d'étranglement et fusion annulaire. Cette première résolution par création de points intermédiaires a réduit le problème en une nouvelle configuration, facilement détectable: il s'agit de la présence de **fusions illicites**.

Celles-ci se produisent lorsque deux sommets ne représentent plus simplement une surface orientée, mais un volume orienté. Leur fusion devient donc impossible sans créer une erreur dans la topologie du δ -snake.

En pratique, deux sommets définissent un volume lorsqu'ils possèdent plus de deux voisins communs. Deux de ces sommets voisins communs sont habituels, puisque ce sont simplement les sommets faisant partie des deux facettes contenant à la fois U et V. Si ils en possèdent d'autres, la fusion de ces deux sommets sera plus complexe qu'une fusion normale, car elle constitue en fait une rupture de topologie.

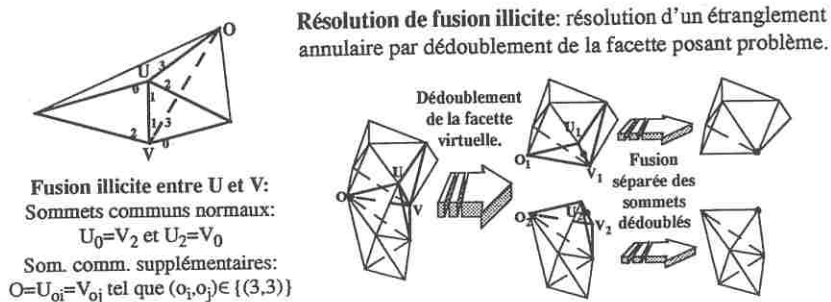


Figure 4 - Exemple et résolution de fusions illicites.

Dans l'exemple de la figure 4, il est clair que l'on se trouve en présence d'un étranglement annulaire. En y regardant de plus près, on s'aperçoit que les étranglements doivent nécessairement s'accompagner d'un dédoublement du volume sur lequel on veut effectuer cette fusion illicite. On remarque de plus que ce dédoublement doit se produire à l'endroit précis où se situe la facette (virtuelle car elle ne fait pas partie de la surface du volume) définie par U, V et le sommet commun supplémentaire, O.

On va donc créer deux nouvelles facettes (réelles cette fois-ci), l'une orientée pour une partie du volume, l'autre orientée pour l'autre (voir Figure 4).

Après avoir créé leurs voisinages, on détruit les sommets U, V et O.

On fusionne enfin séparément les deux arêtes U_1V_1 et U_2V_2 .

On peut noter que si la fusion illicite comportait plus de trois sommets en commun, il suffit de répéter le processus sur l'arête qui contient encore des fusions illicites. En pratique, dès que l'on veut faire une fusion, on regarde si on peut la faire normalement, et, si tel n'est pas le cas, on résout l'étranglement ou la fusion annulaire comme précédemment, puis sur chacune des arêtes dédoublées, on rappelle cette routine de fusion générale.

On a donc vu comment à la fois détecter et résoudre les quatre changements de topologie majeurs de l'espace.

3.3.3 - Apparition ou disparition de matière

La première ne peut se faire que sur ordre de l'utilisateur. A ce moment-là, on crée un icosaèdre de dimension et de coordonnées données par l'auteur.

La deuxième s'effectue lorsqu'on veut fusionner une arête d'une partie du δ -snake dégénérée en tétraèdre. A ce moment-là, on détruit tout simplement les quatre sommets le composant.

3.4 Résultats

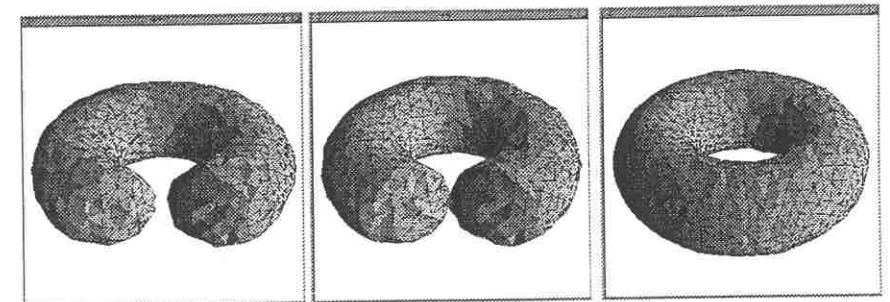


Figure 5 - Résolution d'une fusion axiale simple: création d'un tore.

Résolution de multiples ruptures de topologie: utilisation d'un potentiel cubique: Pour simuler de nombreux changements de topologie, on va partir de huit icosaèdres disposés à peu près en cube, et ceux-ci vont tenter de reconnaître un cube les englobant (voir Figure 6).

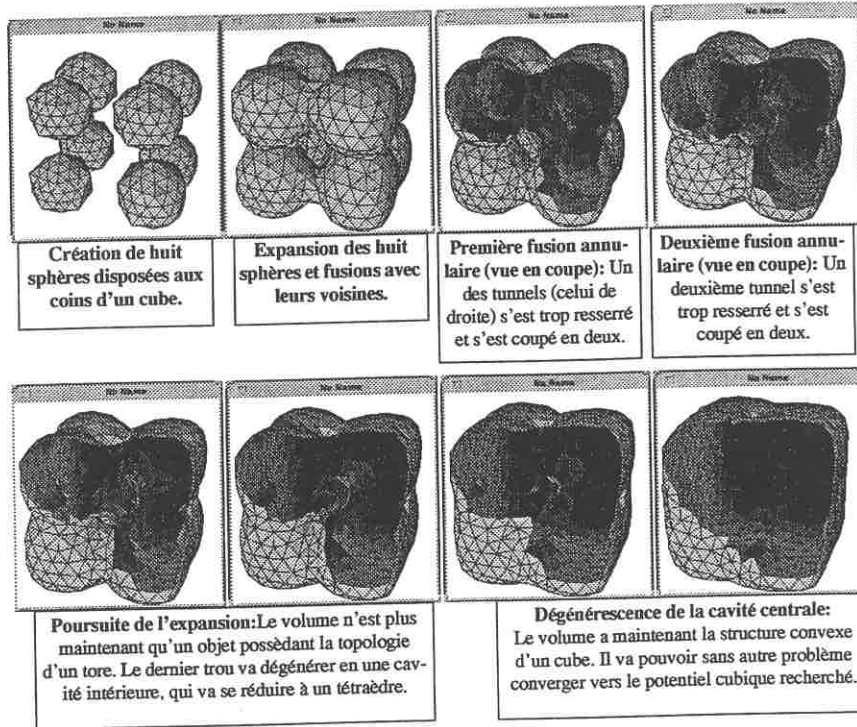


Figure 6 - Résolution de multiples ruptures variées.

4. Modélisation physique de la bulle

4.1 Introduction

L'image est issue d'une scène réelle, donc ses composantes suivent les lois physiques de la nature. Forcer notre modèle à suivre un ensemble de lois physiques élimine ainsi toute solution incohérente pour la nature.

Le modèle est issu de la discrétisation d'un modèle continu. De même, les données et les images que l'on veut segmenter forment aussi des ensembles discrets.

Les lois physiques vont donc devoir se conformer à notre modélisation discontinue (dans l'espace et dans le temps). Notre structure ne sera donc qu'une approximation des composantes réelles continues.

4.2 Formulation globale

Pour chaque sommet S , on applique la formulation suivante, connaissant la vitesse du sommet à l'itération précédente:

$$\forall (S \in \mathcal{S}), \left(\begin{aligned} \frac{d\vec{X}(S)}{dt} (t + \Delta t) - \left(1 - \frac{\Delta t}{m} \lambda_f \right) \frac{d\vec{X}(S)}{dt} (t) &= \frac{\Delta t}{m} \cdot \sum \vec{\mathcal{F}}(S) \text{ avec} \\ \vec{\mathcal{F}}(S) &= \underbrace{\left(\vec{\mathcal{F}}_e + \vec{\mathcal{F}}_c \right)}_{\text{Forces internes}} + \underbrace{\left(\vec{\mathcal{F}}_i + \vec{\mathcal{F}}_{di} \right)}_{\text{Forces d'interactions}} + \underbrace{\left(\vec{\mathcal{F}}_g + \vec{\mathcal{F}}_s + \vec{\mathcal{F}}_p \right)}_{\text{Forces externes}} \end{aligned} \right)$$

\mathcal{F}_e : force élastique de cohésion entre les sommets, régularise le pavage.

\mathcal{F}_c : force de résistance à la courbure, régularise la courbure.

$\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_{di}$: forces d'interaction avec l'image.

$\mathcal{F}_g, \mathcal{F}_s$, et \mathcal{F}_p : forces externes incluses à des fins de tests de souplesse (forces de gravité, de contacts avec des supports rigides, et de pression interne).

4.3 Forces liées à l'interaction bulle-image

Le travail sur un potentiel continu ne pose pas de problème particulier. Malheureusement on doit inclure d'autres types d'interactions lorsque l'on travaille sur des images réelles.

On travaille sur des images tridimensionnelles, de dimension 128^3 en général sur 256 niveaux de gris. Même si leur résolution est assez bonne, elles ne peuvent pas simuler un potentiel continu. Or, la continuité est nécessaire pour conserver un aspect physique à la bulle.

On va donc devoir faire une interpolation tri-linéaire de notre potentiel discontinu que l'on note: $I(i,j,k): \mathcal{R}^3 \rightarrow [0,1]$

On définit deux sortes d'interaction bulle-image différentes. Elles permettent de diriger précisément l'axe de recherche dans l'image.

$$\vec{\mathcal{F}}_i(S) = \lambda_i \cdot \delta \cdot \left(\Pi_0 - \Pi_1(\vec{X}(S)) \right) \cdot \vec{X}_n(S)$$

$$\text{Notons } \vec{v}_{di} = \Pi_{\nabla_i I}(\vec{X}(S)) \cdot \vec{i} + \Pi_{\nabla_j I}(\vec{X}(S)) \cdot \vec{j} + \Pi_{\nabla_k I}(\vec{X}(S)) \cdot \vec{k}$$

$$\vec{\mathcal{F}}_{di}(S) = \delta \cdot \left((\lambda_{di} - \mu_{di}) \cdot \left(\vec{v}_{di} \cdot \vec{X}_n(S) \right) \cdot \vec{X}_n(S) + \mu_{di} \cdot \vec{v}_{di} \right)$$

λ_i est le coefficient d'interaction, et Π_0 est la valeur recherché du potentiel.

$$\text{où } \left\{ \begin{aligned} (\lambda_{di}, \mu_{di}) &: \text{coef. d'interaction suivant le gradient discret selon } \vec{X}_n(S) \text{ et } \left(\vec{X}_n(S) \right)^\perp \\ \Pi_F(\vec{X}) & \text{ est l'interpolation du potentiel discret } F(i, j, k) \text{ au point } \vec{X}. \\ (\nabla_i I, \nabla_j I, \nabla_k I)(i, j, k) & \text{ est le vecteur gradient au point } (i, j, k). \\ \vec{X}_n(S) & \text{ est le vecteur normal à la surface au sommet } S. \end{aligned} \right.$$

$\mathcal{F}_i(S)$ servira à rechercher un contour particulier d'un objet, dont on connaît le niveau de potentiel correspondant: ainsi, si on recherche le contour externe d'un objet plein, il suffit de

prendre $\Pi_0 \approx 0.0$ et λ_i négatif.

$\mathcal{F}_{di}(S)$ permettra de trouver les maximum ou minimum d'intensité au sein de l'image. On trouvera les maxima pour des valeurs de λ_{di} et μ_{di} positives, les minima pour des valeurs négatives. Le coefficient λ_{di} permet à l'interaction de déplacer le volume suivant la normale, le coefficient μ_{di} permet aux sommets de glisser à la surface du volume en suivant les contraintes imposées par l'image. En général, on prend: $|\lambda_{di}| > |\mu_{di}|$

En terme de complexité, on peut remarquer que la force $\mathcal{F}_i(S)$ nécessite de consulter 8 sommets (2^3) à chaque appel, et que la force $\mathcal{F}_{di}(S)$ utilise 27 sommets (3^3).

5. Implémentation

5.1 Algorithme de segmentation par bulle déformable

L'initialisation permet de placer un ou plusieurs icosaèdres (donc des volumes homologues à une sphère) au sein de l'image, puis on laisse évoluer l'ensemble suivant les lois physiques prédéfinies.

S'il existe des positions d'équilibre stable, les modèles convergent (pas de cas d'explosions), sinon ils dégènerent soit vers un point, soit vers l'espace entier. Lors de chaque itération, il faut veiller à conserver d'une part la cohérence locale des volumes (pavage régulier) et d'autre part leur cohérence globale (ruptures de topologie éventuelles).

L'arrêt du processus est déterminé soit par examen des vitesses de déplacement des sommets, soit par examen de l'énergie cinétique globale accumulée le long des normales aux sommets: on évite ainsi de comptabiliser les glissements.

Remarque: il faut aussi constater que la gestion des accidents topologiques implique un second parcours complet de l'arbre pour conserver les cohérences locales (régularité du maillage). Il serait intéressant de faire un parcours contrôlé de l'arbre des sommets à partir du lieu de l'accident (introduction de parcours récursifs).

5.2 Conservation et augmentation de la précision

La précision du δ -snake est la valeur de δ . Plus δ est petit, plus la précision est grande. Normalement, à l'initialisation, l'utilisateur fournit cette quantité. Le δ -snake va ensuite évoluer suivant les lois de la δ -géométrie. Le problème est que cette quantité n'a aucun sens physique, et le modèle en tient seulement compte dans son évolution pour garder une échelle cohérente.

Les forces élastiques tendent à équilibrer les arêtes vers leur distance moyenne. Ainsi, si la structure a tendance à grossir, la distance moyenne entre les sommets va elle-aussi augmenter. Au bout d'un moment, cette distance moyenne d_G va être supérieure à $2.0 * \delta$. Dans ces cas-là, pour conserver à peu près la précision du δ -snake, on effectue une division globale du volume:



Figure 7- Processus d'une division globale.

Dans un premier temps, on crée un nouveau sommet au barycentre de chaque triangle composant le δ -snake. On ne peut cependant garder telle quelle notre structure, à cause de la δ -géométrie, la structure créée étant par trop irrégulière (voir Figure 7).

On va donc, dans un deuxième temps, détruire les arêtes qui reliaient les anciens sommets entre eux.

On a ainsi un pavage d'arête $1/\sqrt{3.0}$ l'ancienne valeur moyenne de la longueur d'une arête.

Un modèle souple se doit de pouvoir fournir à l'utilisateur un moyen d'augmenter la précision de sa structure. C'est pourquoi on permet à l'utilisateur de forcer une division globale de la structure. Dans ces circonstances, et uniquement dans celles-ci, on divise δ par $\sqrt{3.0}$.

5.4 Résultats finaux

Afin d'obtenir ces résultats (voir Figure 8 et 9), on intègre une gestion complète d'ensemble de structures volumes distinctes. On ajoute de plus un moyen de fixer des sommets d'un volume pour accélérer l'évolution de certaines zones de ces structures. Enfin on peut déterminer pour chaque volume, son centre de masse, son rayon moyen, sa surface, son volume engendré. Il serait également intéressant d'intégrer un moyen de sonder la topologie du volume. Pour la reconnaissance d'objet, cela permettrait d'écarter rapidement les solutions non correspondantes.

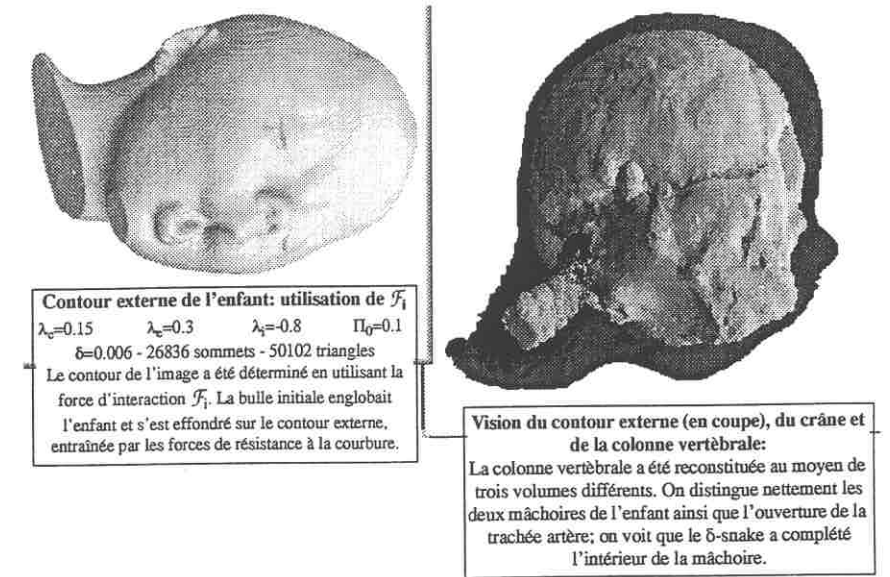


Figure 8 - Contour externe, crâne et colonne vertébrale d'un enfant reconstitués à partir d'une tomographie.

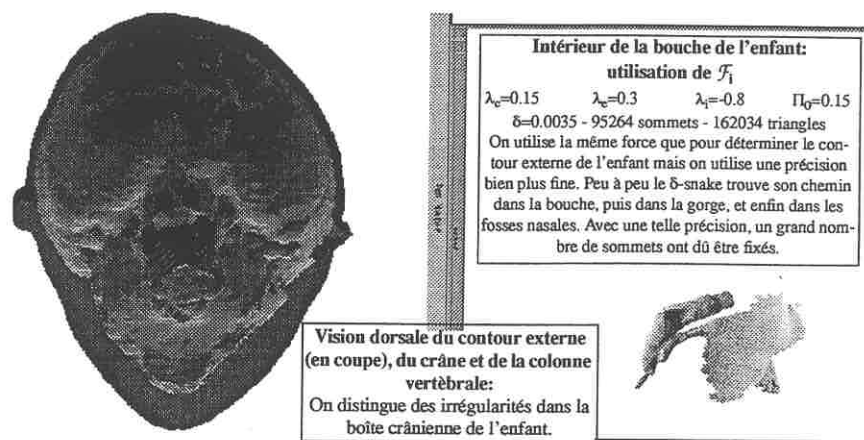


Figure 9 - Contour externe, crâne et colonne vertébrale d'un enfant reconstitués à partir d'une tomographie; vision de l'intérieur de la bouche de l'enfant.

6. Conclusion

L'implémentation du modèle dans le domaine de la segmentation tridimensionnelle a notamment permis de comprendre sa limitation actuelle principale, la simulation de volumes de très faible épaisseur, et surtout, de mieux appréhender ses potentialités et le domaine de ses futures utilisations.

On pourrait aussi implémenter un vecteur rotation immédiat, ce qui permettrait de simuler un volume tournoyant autour de l'axe défini par le vecteur rotation, étendant ainsi le champ d'application du modèle.

Il faudrait aussi le tester sur des images fortement parasitées, provenant d'IRM, pour examiner son comportement dans des cas extrêmes, où les données sont très bruitées.

De telles expérimentations ainsi que les différentes extensions proposées constituent encore des domaines à explorer.

Bibliographie

- [Bainville92]: E. Bainville, "Reconstruction d'objets tridimensionnels à partir de silhouettes", Rapport de stage de DEA d'informatique fondamentale de l'ENS Lyon, 1992
 [Leitner93]: F. Leitner, "Segmentation dynamique d'images tridimensionnelles", Thèse de l'INPG, Sept. 1993.
 [Szeliski91]: R. Szeliski and D. Tonnesen, "Surface Modeling with Oriented Particle Systems", Technical report 91/14 of Cambridge research laboratory, 1991.
 [Terzopoulos91]: D. Terzopoulos and D. Metaxas, "Dynamic 3D Models with Local and Global Deformations: Deformable Superquadrics", IEEE, Transactions on Pattern Analysis and Machine Int., Vol. 13, No. 7, Juil 1991.

Remerciement: La base de données constituant l'image tomographique de l'enfant: S. Lobregt, *CT Scanner Science Department*, Philips Medical Systems, Pays-Bas, et Dr. F. W. Zonneveld, *Department of Diagnostic Radiology*, Utrecht University Hosp, Utrecht, Pays-Bas; utilisé avec la permission du Prof. J. C. van der Meulen, *Department of Plastic and Reconstructive Surgery*, Rotterdam University Hospital "Dijkzicht", Rotterdam, Pays-Bas.

A new 2-D and 3-D thinning algorithm based on successive border generations

Serge Miguet, Virginie Marion-Poty *

Laboratoire LIP
Ecole Normale Supérieure de Lyon
69364 LYON Cedex 07
e-mail: vpoty, miguet@lip.ens-lyon.fr

1 Introduction

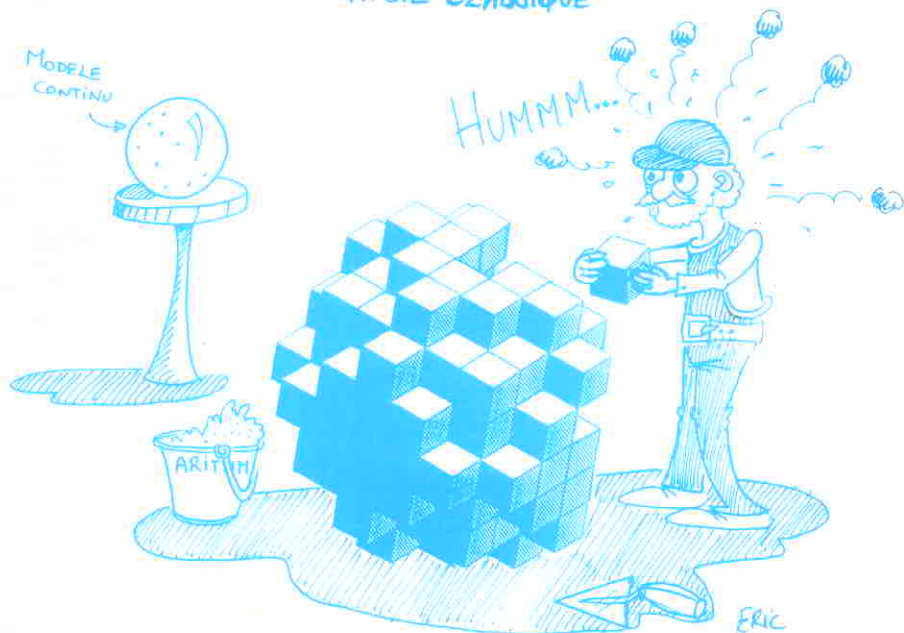
The thinning process can be seen as an erosion of image objects, preserving their main topological properties, such as connectivity and homotopy. The iterative application of thinning operators leads to the skeletons, that can be seen as compressed versions of the objects. The skeletonization process is used in many image processing operations including data compression, pattern recognition, pattern matching and so on. In 2-D this process is well known (about 300 references) and the thinning algorithms can be divided into two class: the mask-based algorithms and contour-based algorithms. The first class contains algorithms whose thinning operators are run on all the pixels of the image. In different way the algorithms belonging to the second class are executed only on those pixels belonging to the contours of the objects. Concerning 3-D images, there exist several algorithms belonging to the first class [Jon92, KR92, RCM91] where all the voxels of the image are processed plane by plane and then line by line. But to our knowledge, there exist no algorithm using the notion of 3-D contour tracking as in 2-D. In this paper we present a 3-D thinning algorithm based on surface tracking, which is a 3-D extension of 2-D Pavlidis' algorithm [Pav80].

The paper is organized as follows: in section 2, we introduce several topological properties of discrete lattices. Section 3 recalls 2-D Pavlidis' thinning algorithm which is based on the contour tracking. The contour tracking cannot be extended in 3-D, thus we give a new definition of C-neighbors allowing to generalize the 2-D algorithm. And the final 3-D algorithm is presented in section 4.

*Supported by the Project C3 of the French Council for Research CNRS, and by the ESPRIT Basic Research Action 6632 "NANA2" of the European Economic Community.



APPROCHE CLASSIQUE



APPROCHE DISCRETE