

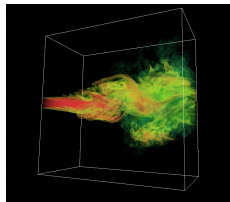
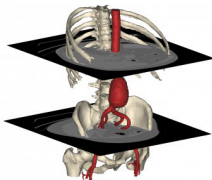
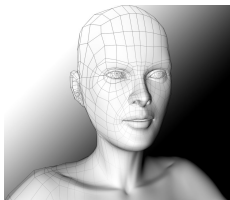
Imagerie 3D, mathématiques et informatique

Jacques-Olivier Lachaud

Laboratoire de Mathématiques

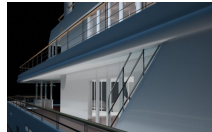
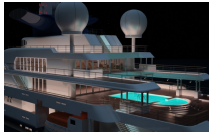
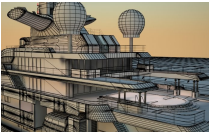
CNRS / Université Savoie Mont Blanc

Images 3D ? pas si simple ...

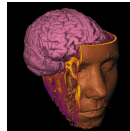
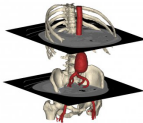
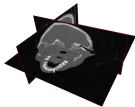


Qu'appelle-t-on image 3D ?

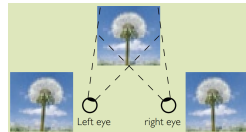
- **Synthèse d'image** : Jeux vidéo, films, CAO, Google Earth, ...



- **Imagerie volumique** : scanner, IRM, PET, ..., médecine, géologie, biologie, matériaux, ...

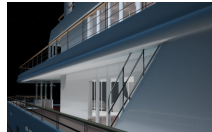
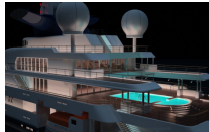
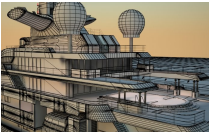


- **Stéréovision** : Films 3D, Télévision en relief, nintendo 3DS



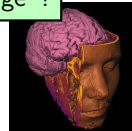
Qu'appelle-t-on image 3D ?

- **Synthèse d'image** : Jeux vidéo, films, CAO, Google Earth, ...

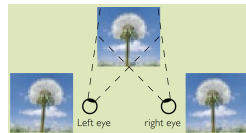


- **Imagerie volumique** : scanner, IRM, PET, ..., médecine, géologie, biologie, matériaux

Mais d'abord, qu'est-ce qu'une image ?



- **Stéréovision** : Films 3D, Télévision en relief, nintendo 3DS



Images 3D et mathématiques

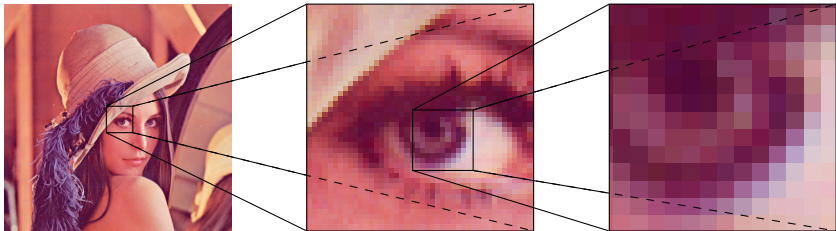
Image et perception

Synthèse d'image 3D

Imagerie volumique

Vision en relief

Qu'est-ce qu'une image ?

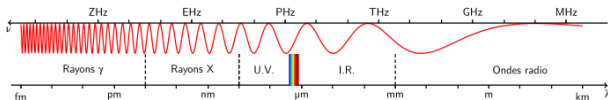


- **résolution** = nombre de pixels
= 512×512
- **pixel** = 2 nombres (coordonnées)
- **image 2D** = chaque pixel a une **couleur**

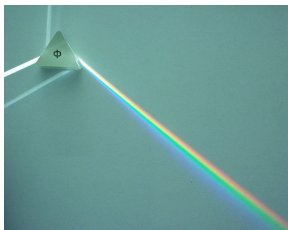
... $(1,1) \rightarrow$  $(2,1) \rightarrow$  ...

(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)	(5,0)	(6,0)	(7,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)	(7,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)	(7,2)
(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)	(7,3)
(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)	(7,4)
(0,5)	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)	(7,5)
(0,6)	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)	(7,6)
(0,7)	(1,7)	(2,7)	(3,7)	(4,7)	(5,7)	(6,7)	(7,7)

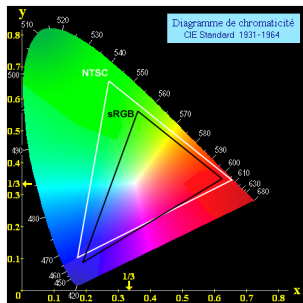
Couleur physique



Le soleil nous envoie des rayons en permanence

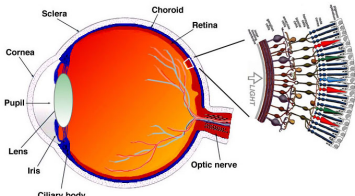
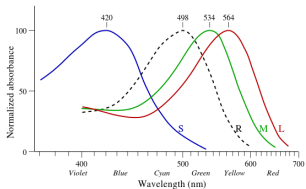
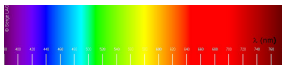
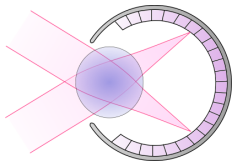


lumière blanche
violet=380nm, rouge=780nm



couleurs perçues, créées

Perception de la couleur



Œil humain, cônes, bâtonnets

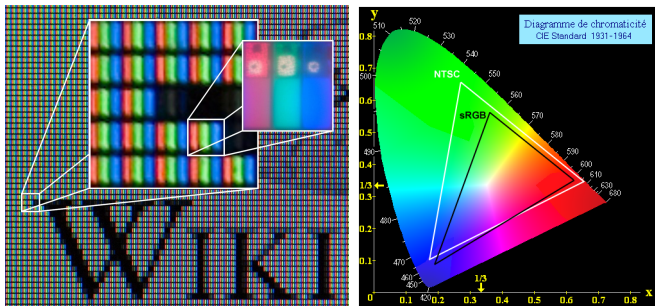
1 couleur

=

3 réponses des cônes L, M, S

6M de cônes = 2M pixels

Fabrication de la couleur (sur écran)



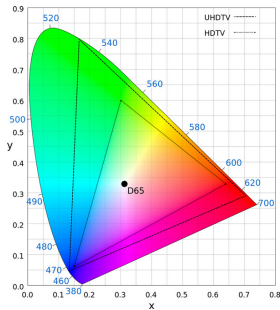
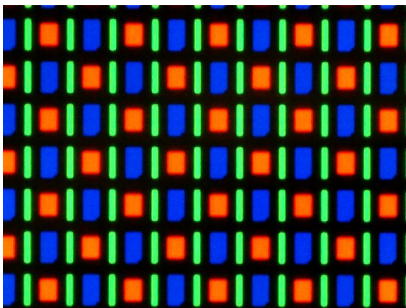
éclairage Néon/LED, écran LCD

- Projection de trois couleurs primaires (R, G, B)
- Par pixel, une **Couleur** = trois nombres

... $\boxed{1:1} \rightarrow \begin{matrix} 150 \\ 120 \\ 150 \end{matrix} \quad \boxed{2:1} \rightarrow \begin{matrix} 220 \\ 100 \\ 220 \end{matrix} \dots$

- On ne peut pas reproduire toutes les couleurs perçues

Fabrication de la couleur (sur écran)



écran OLED

- Projection de trois couleurs primaires (R, G, B)
- Par pixel, une **Couleur** = trois nombres

... $\boxed{1:1} \rightarrow \begin{matrix} 150 \\ 120 \\ 150 \end{matrix} \quad \boxed{2:1} \rightarrow \begin{matrix} 220 \\ 100 \\ 220 \end{matrix} \dots$

- On ne peut pas reproduire toutes les couleurs perçues

Image

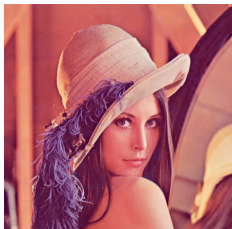
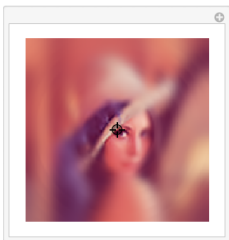
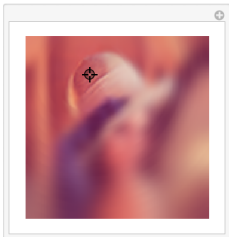


Image perçue
Vue 1



Vue 2



Rétinographie



Acuité visuelle

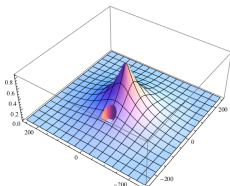
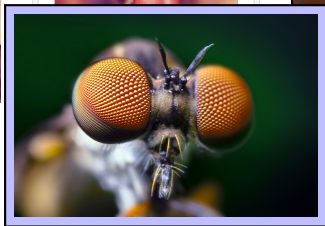
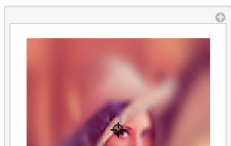
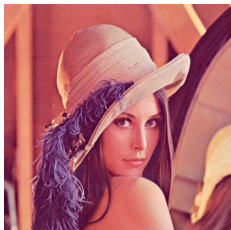


Image perçue Vue 1

Image

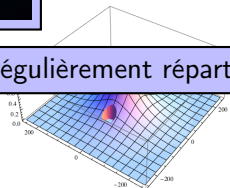


Rétinographie



Acuité visuelle

Seuls les insectes voient avec des pixels régulièrement répartis



Images 3D et mathématiques

Image et perception

Synthèse d'image 3D

Imagerie volumique

Vision en relief

Synthèse d'image 3D : les ingrédients

géométrie dans l'espace cubes, sphères, mailles,

...

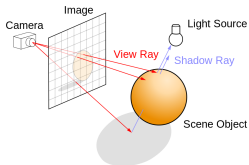
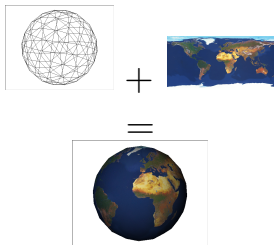
matériau couleur ou texture pour chaque élément

éclairage où et quelle(s) lumière(s)

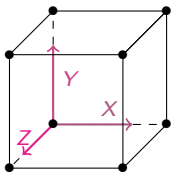
observateur où se situe l'œil (rétine=image 2D) ?

perspective projection de la scène 3D dans l'œil

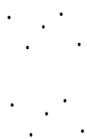
rendu calcul de la projection, des couleurs selon la lumière, ombrages



Géométrie dans l'espace

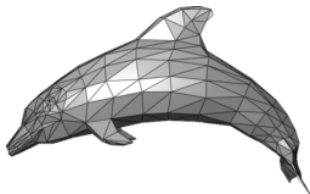


1 sommet = 3 coordonnées (X, Y, Z)

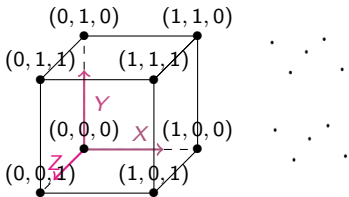


1 triangle = 3 sommets

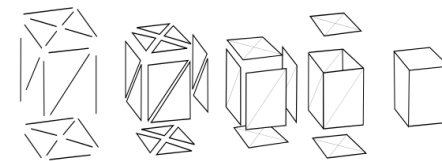
1 objet = triangles + sommets



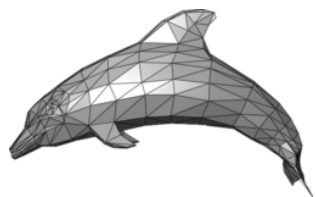
Géométrie dans l'espace



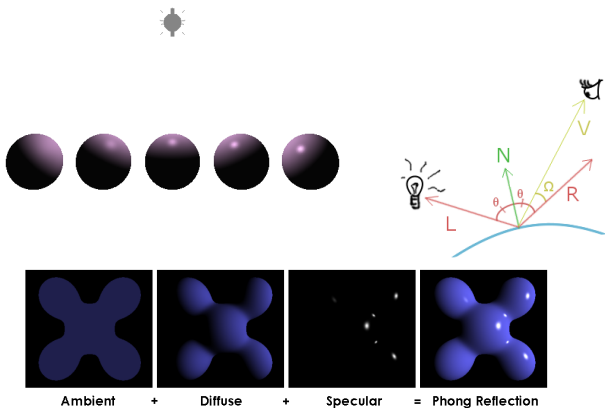
1 sommet = 3 coordonnées (X, Y, Z)



1 triangle = 3 sommets
1 objet = triangles + sommets

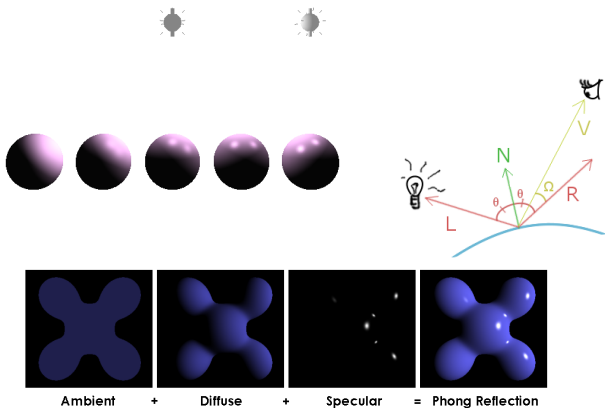


Couleurs, matériaux, éclairage



- ambient** 1 couleur sans lumière
- diffuse** 1 couleur qui dépend des lumières (donc de θ)
- spéculaire** 1 couleur qui dépend des lumières et de l'œil (de θ et Ω)

Couleurs, matériaux, éclairage



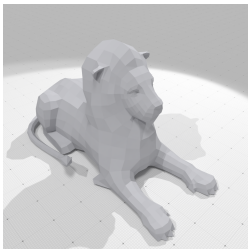
ambient 1 couleur sans lumière

diffuse 1 couleur qui dépend des lumières (donc de θ)

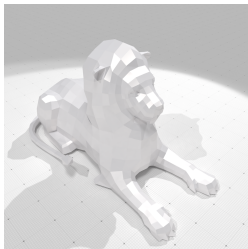
spéculaire 1 couleur qui dépend des lumières et de l'œil (de θ et Ω)

Ombrage "flat" contre ombrage "Phong"

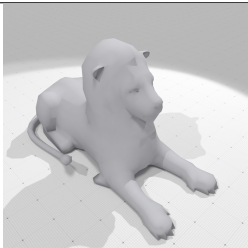
diffuse



diffuse + spéculaire



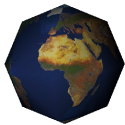
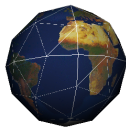
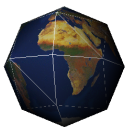
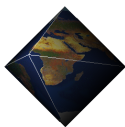
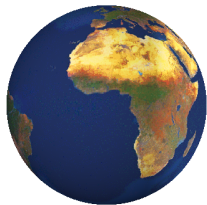
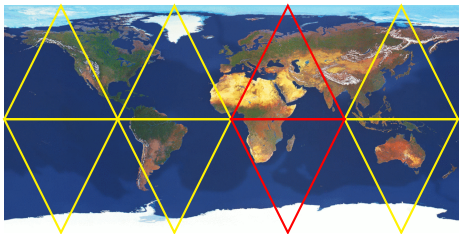
"flat"



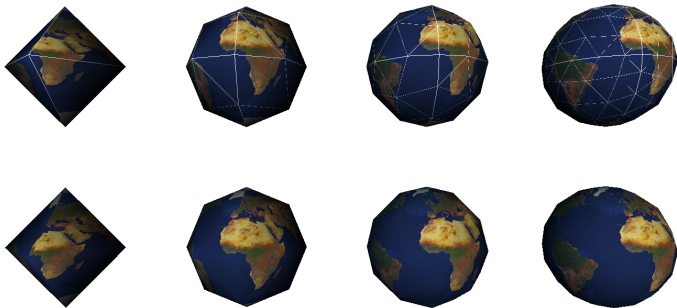
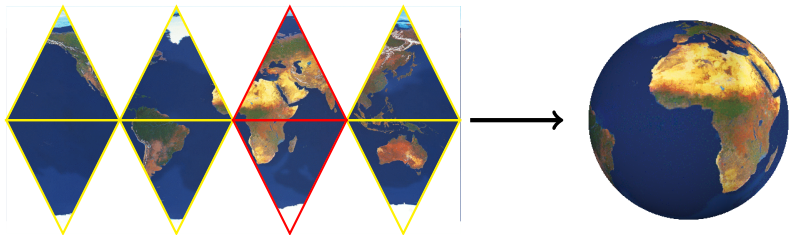
"Phong"

"Phong" : vecteurs normaux interpolés sur chaque facette

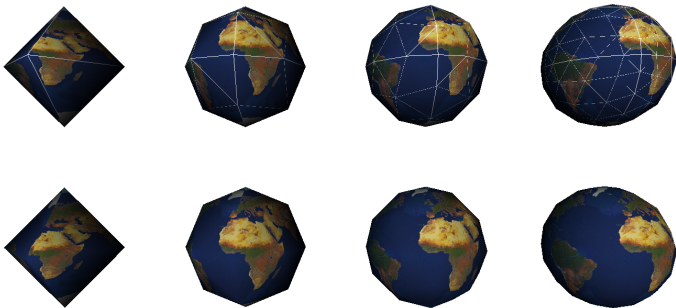
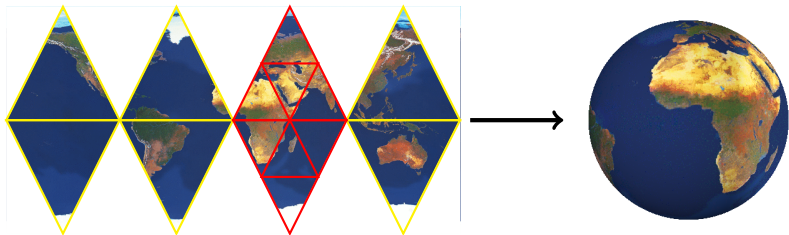
Textures et subdivision



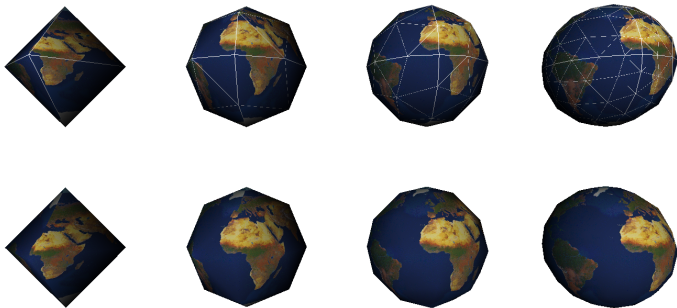
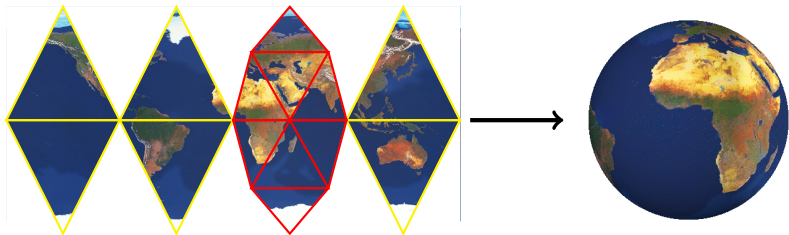
Textures et subdivision



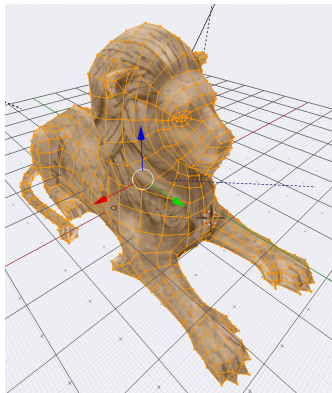
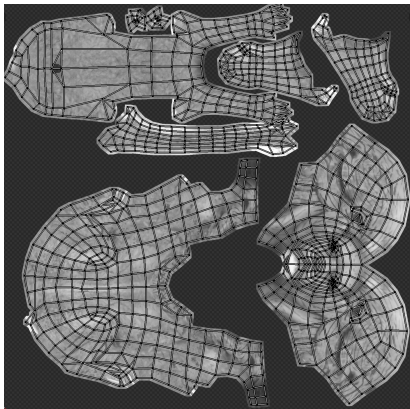
Textures et subdivision



Textures et subdivision



Cartes de textures

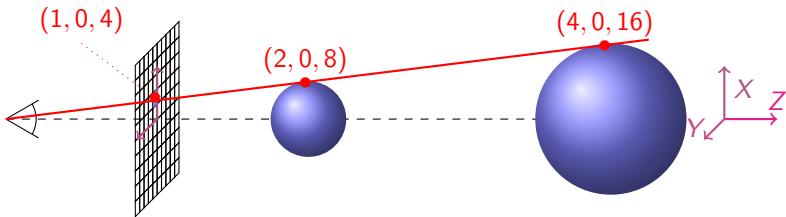


$$f : (u, v) \in \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$$

En pratique, chaque sommet i a des coordonnées de textures (u_i, v_i)

Projection sur l'œil

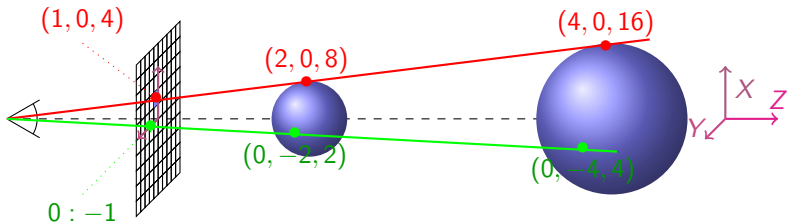
- Comment passer de l'espace à l'œil ?



- Tous les points sur la **droite** se projettent sur le même point !
- Sur la grille : $(1, 0, 4) = (2, 0, 8) = (4, 0, 16)$
- Pour projeter, division par Z : $\frac{1}{4} : \frac{0}{4} = \frac{2}{8} : \frac{0}{8} = \frac{4}{16} : \frac{0}{16}$
- Ici X et Y font la **direction** de regard, **Z** règle juste la **profondeur**.

Projection sur l'œil

- Comment passer de l'espace à l'œil ?



- Tous les points sur la **droite** se projettent sur le même point !
- Sur la grille : $(1, 0, 4) = (2, 0, 8) = (4, 0, 16)$
- Pour projeter, division par Z : $\frac{1}{4} : \frac{0}{4} = \frac{2}{8} : \frac{0}{8} = \frac{4}{16} : \frac{0}{16}$
- Ici X et Y font la **direction** de regard, **Z** règle juste la **profondeur**.

Perspective, coordonnées homogènes

- Coordonnées homogènes 3D : $cX : cY : cZ : c = X : Y : Z$
- Calcul matriciel : seulement des \times et des $+$!

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & & & T_x \\ & 1 & & T_y \\ & & 1 & T_z \\ & & & 1 \end{array}$$

Translation

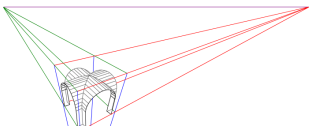
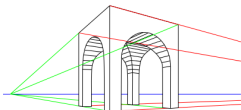
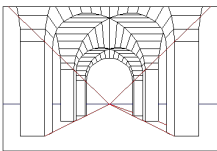
$$\begin{array}{cc|c} a & b & \\ b & c & \\ & & 1 \end{array}$$

Rotation selon Z

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & f' \end{array}$$

Projection sur (X,Y)

- Les parallèles se rejoignent à l'infini



Perspective, coordonnées homogènes

- Coordonnées homogènes 3D : $cX : cY : cZ : c = X : Y : Z$
- Calcul matriciel : seulement des \times et des $+$!

$$\begin{array}{ccc} 1 & & T_x \\ & 1 & T_y \\ & & 1 & T_z \\ & & & 1 \end{array}$$

Translation

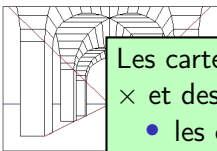
$$\begin{array}{ccc} a & b & \\ b & c & \\ & & 1 \end{array}$$

Rotation selon Z

$$\begin{array}{ccc} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \\ & & & f' \end{array}$$

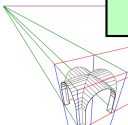
Projection sur (X,Y)

- Les parallèles se rejoignent à l'infini



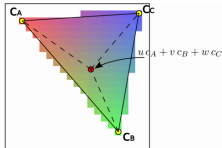
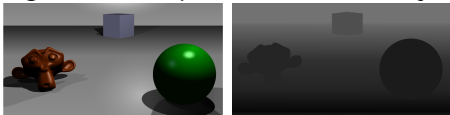
Les cartes graphiques ne font que des \times et des $+$ sur :

- les coordonnées X, Y, Z
- les couleurs R, G, B



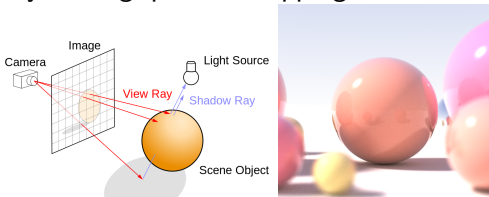
Rendu

Rapide algorithme du peintre, **Z-buffer** . . jeux vidéos



Couleurs triangle par triangle, pas de réflexion de la lumière, ombres approchées

Lent ray-tracing, photon mapping, radiosité . . films



Images 3D et mathématiques

Image et perception

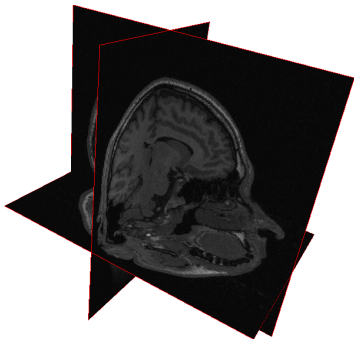
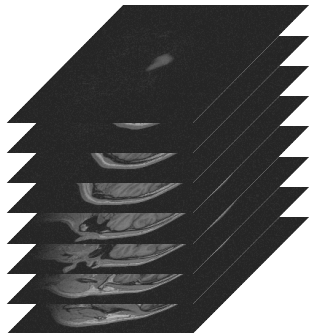
Synthèse d'image 3D

Imagerie volumique

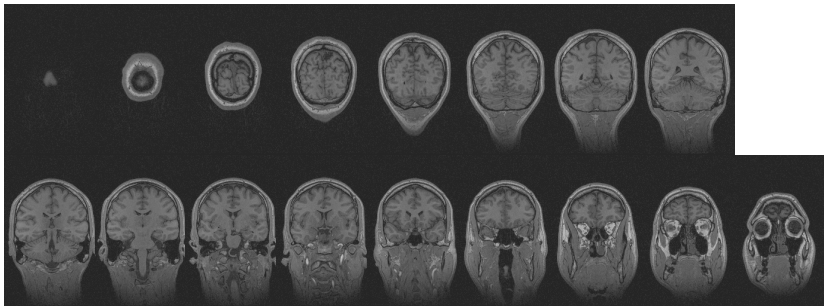
Vision en relief

Imagerie volumique

- Les seules vraies **images 3D** ...mais difficile à voir !
- fréquentes en médecine, biologie, géologie, matériaux, physique moléculaire
- 1970 : scanner X et IRM, 1980 : microscopie confocale, TEP
- Image 3D = empilement d'images 2D

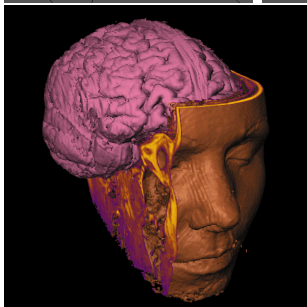
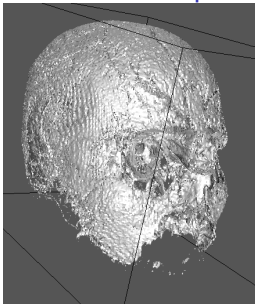
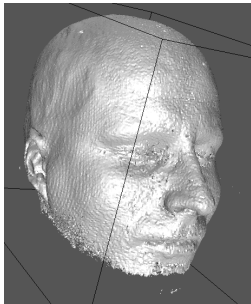


La vision par coupes

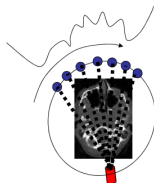


Requiert une grande expertise ...

Extraction de surface puis visualisation

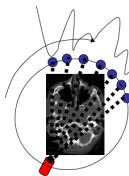


Comment fait-on une image 3D ? La tomographie



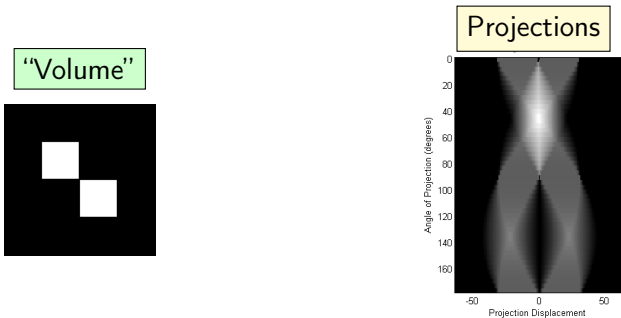
- L'image 3D est reconstruite à partir de projections

Comment fait-on une image 3D ? La tomographie

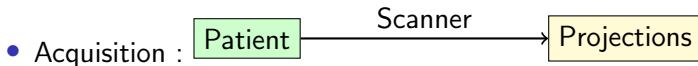


- L'image 3D est reconstruite à partir de projections

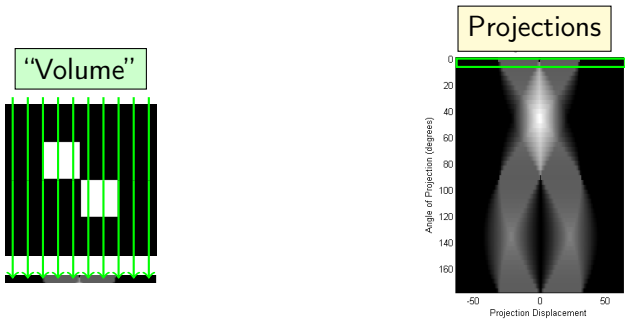
Comment fait-on une image 3D ? La tomographie



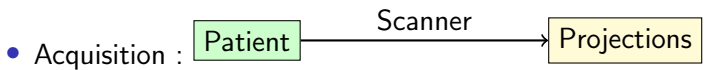
- L'image 3D est reconstruite à partir de projections



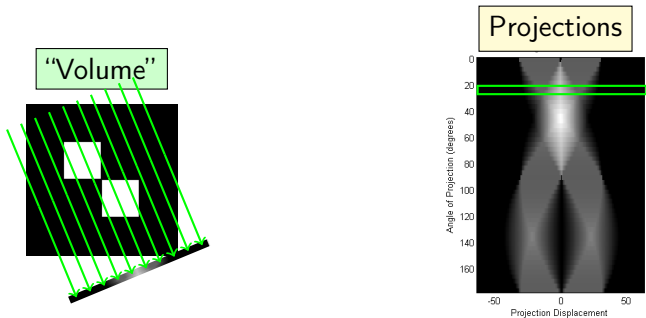
Comment fait-on une image 3D ? La tomographie



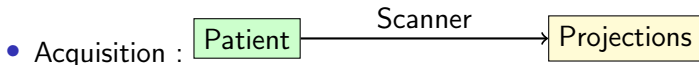
- L'image 3D est reconstruite à partir de projections



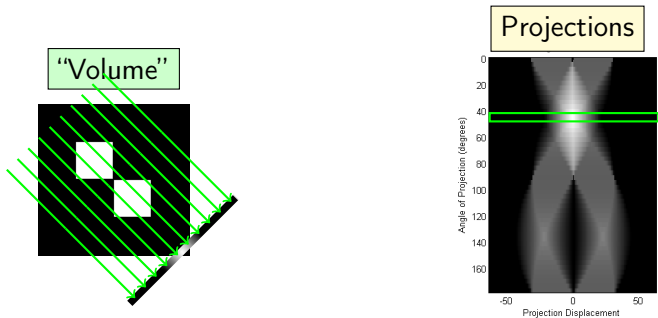
Comment fait-on une image 3D ? La tomographie



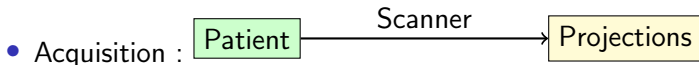
- L'image 3D est reconstruite à partir de projections



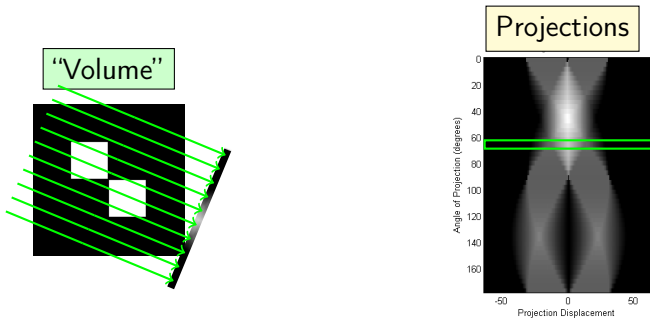
Comment fait-on une image 3D ? La tomographie



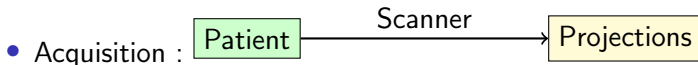
- L'image 3D est reconstruite à partir de projections



Comment fait-on une image 3D ? La tomographie



- L'image 3D est reconstruite à partir de projections



Images 3D et mathématiques

Image et perception

Synthèse d'image 3D

Imagerie volumique

Vision en relief

Vision en relief

- Film 3D, télévision en relief, nintendo 3DS, ...
- souvent "Lunettes 3D"



"rouge/bleu"



polarisées



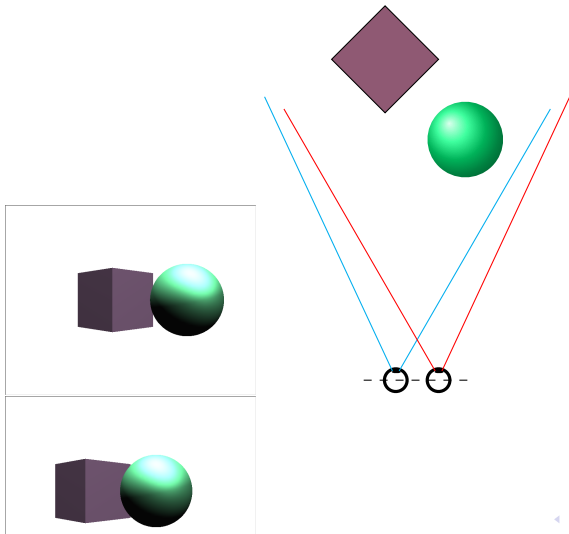
cristaux liquides



- ...mais pas toujours !

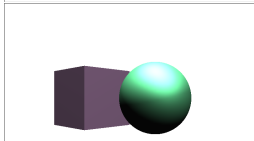
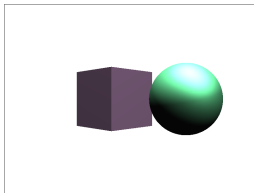
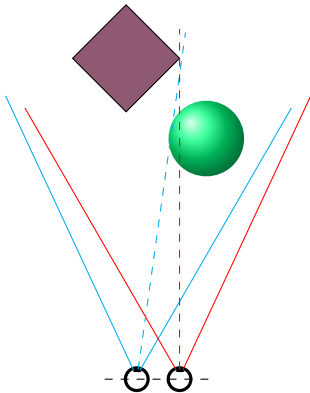
Stéréovision

- Principe identique dans tous les cas : faire 2 images, une pour l'œil gauche et une pour l'œil droit.



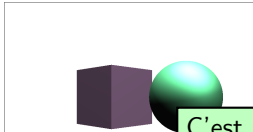
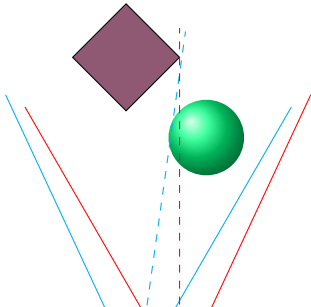
Stéréovision

- Principe identique dans tous les cas : faire 2 images, une pour l'œil gauche et une pour l'œil droit.

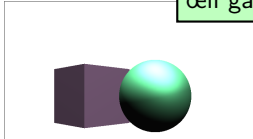


Stéréovision

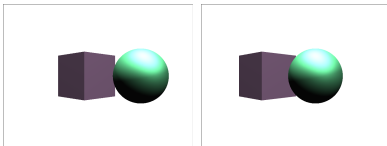
- Principe identique dans tous les cas : faire 2 images, une pour l'œil gauche et une pour l'œil droit.



C'est notre cerveau qui estime la profondeur des objets à partir des deux images œil gauche et œil droit.



Fabrication d'images stéréovision



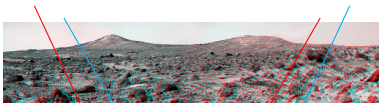
- facile en synthèse d'image : deux images générées avec 2 points de vue



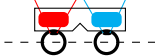
- film ou photo : appareils à deux systèmes de prises de vue.

Voir les images sur le bon œil

- Anaglyphes et variantes : lunettes rouge-bleu, anachromes



Perçoit le rouge comme une intensité lumineuse, les autres sont noires.



Perçoit les verts et bleus de l'image, le rouge est noir.

Voir les images sur le bon œil

- Lunettes à obturation LC (cristaux liquides). Le film alterne image œil gauche et image œil droit.



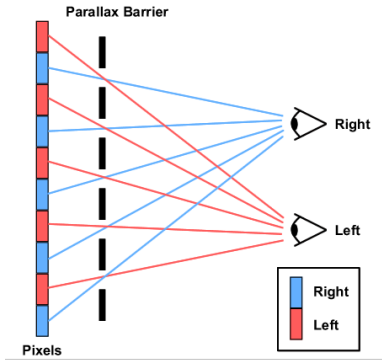
Voir les images sur le bon œil

- Lunettes à obturation LC (cristaux liquides). Le film alterne image œil gauche et image œil droit.



Mais alors, sans lunettes ?

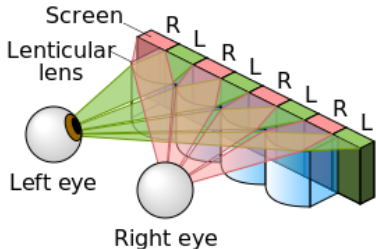
- auto-stéréoscopie à barrière parallaxe : Sharp pour Nintendo 3DS



- 1 colonne de pixels sur deux est pour l'œil gauche, l'autre pour l'œil droit
- l'observateur doit être au bon endroit
- résolution divisée par deux

Mais alors, sans lunettes ?

- auto-stéréoscopie à barrière parallaxe : Sharp pour Nintendo 3DS
- auto-stéréoscopie à réseau lenticulaire



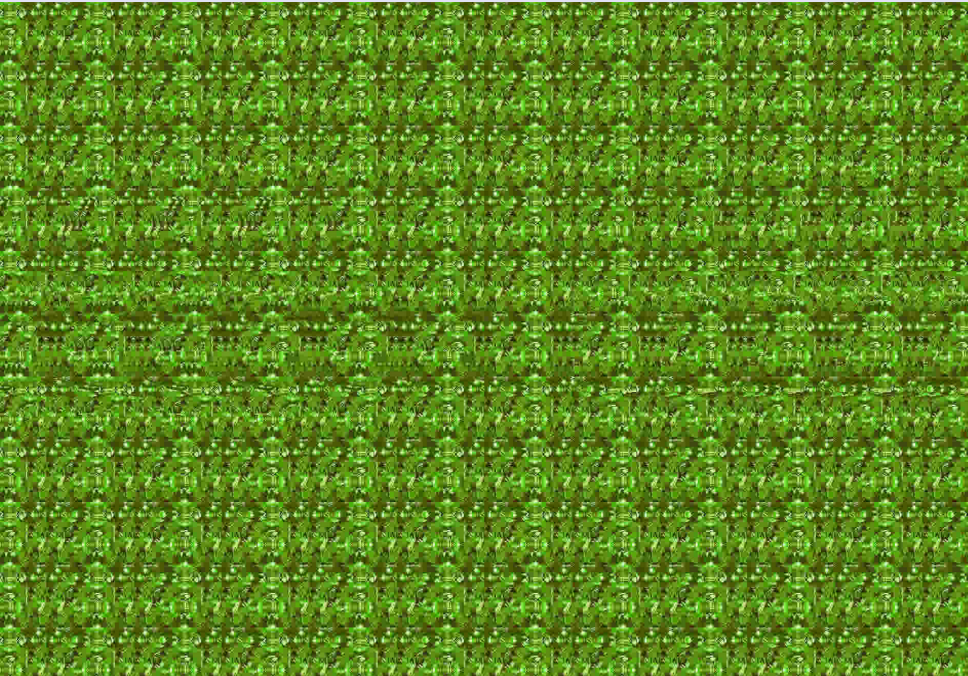
- 1 colonne de pixels sur deux est pour l'œil gauche, l'autre pour l'œil droit
- entre 6 et 10 positions possibles
- résolution divisée par deux

Image et perception
○○○○○○○○

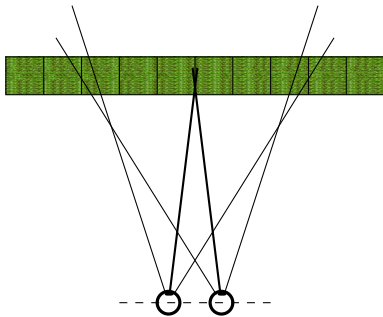
Synthèse d'image 3D
○○○○○○○○○○

Imagerie volumique
○○○○○

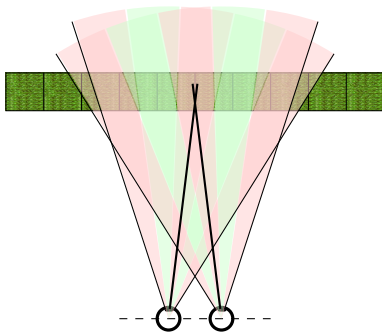
Vision en relief
○○○○○○○○●



Stéréogrammes



Stéréogrammes



Stéréogrammes

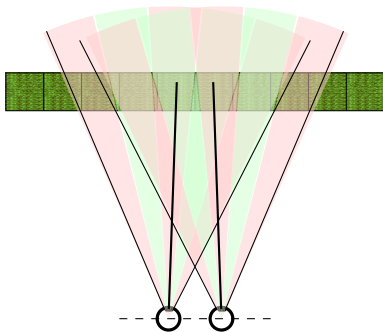


Image et perception
○○○○○○○

Synthèse d'image 3D
○○○○○○○○○

Imagerie volumique
○○○○○

Vision en relief
○○○○○○○●

